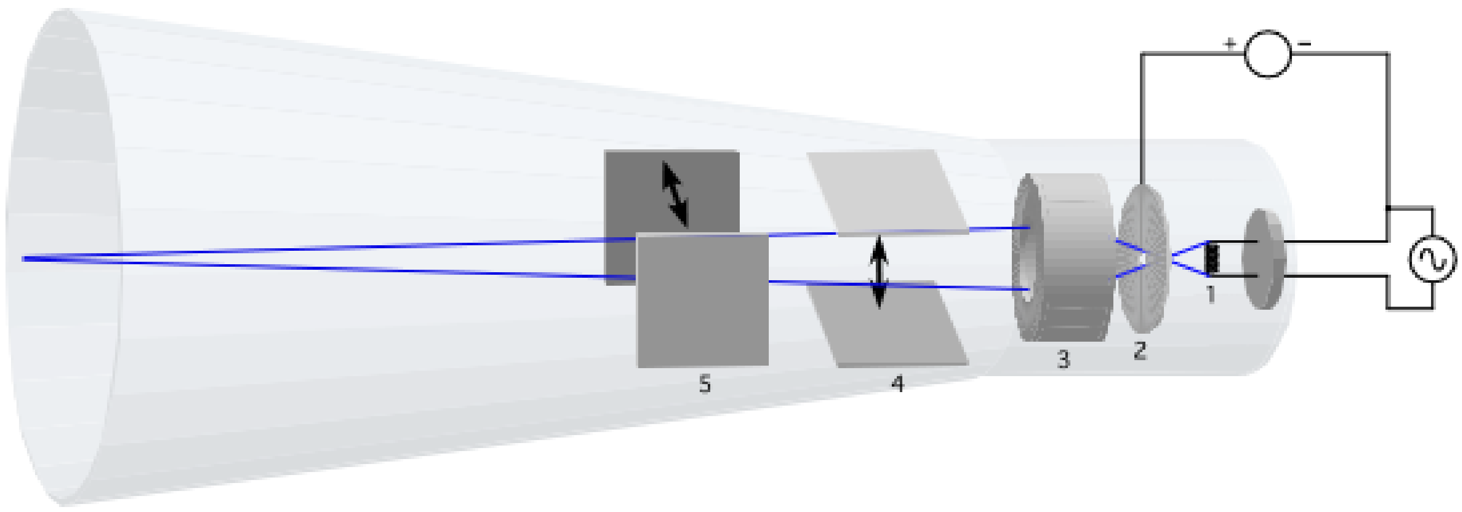
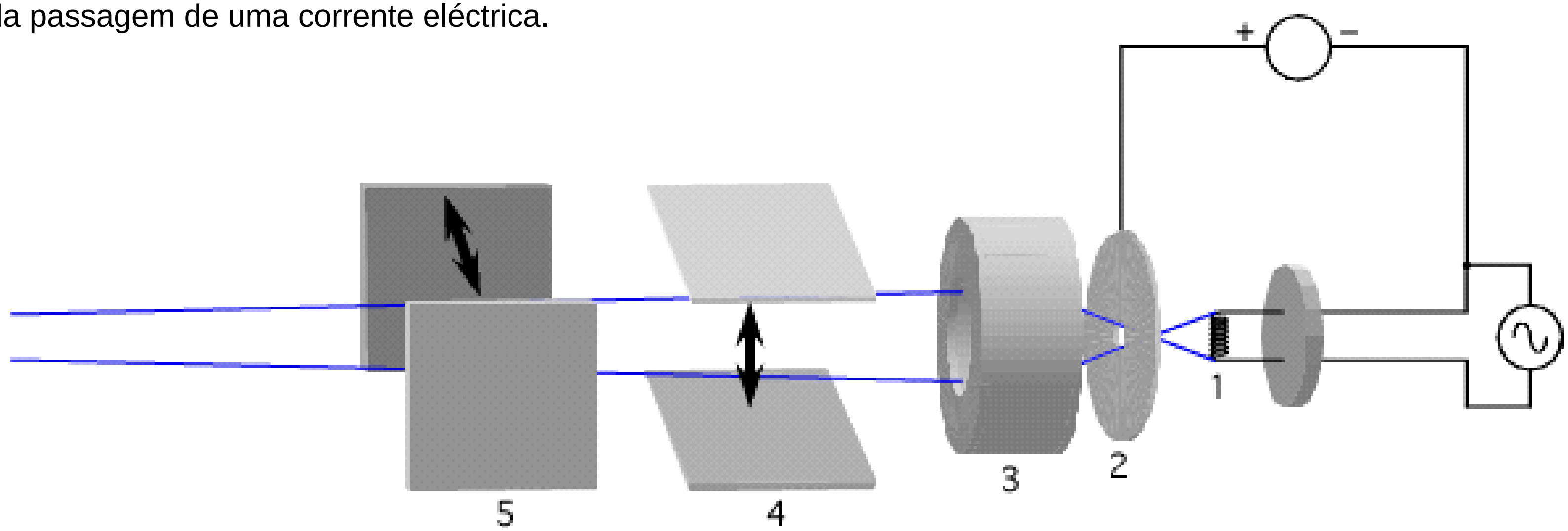
O osciloscópio

O osciloscópio é um aparelho de medida que utiliza um tubo de raios catódicos para vizualisar num écran fluorescente a variação de uma diferença de potencial (ddp) com o tempo ou com outra ddp. O tubo de raios catódicos é constituido por uma ampola de vidro onde foi feito vácuo, dentro da qual existe basicamente: um conjunto emissor de electrões, uma lente electrostática, dois pares de placas paralelas metálicas e um écran fluorescente (de sulfureto de zinco) de acordo com a figura:



Vejamos mais ao pormenor a constituição do tubo de raios catódicos (TRC). Em 1 temos um filamento que é aquecido por acção da passagem de uma corrente eléctrica.

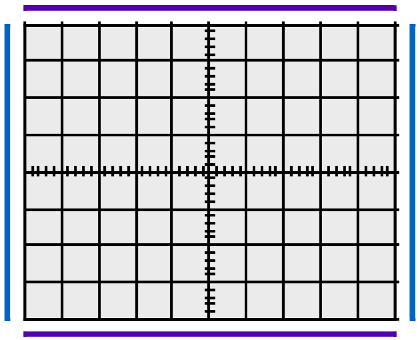


Esse filamento, ao aquecer fica com uma nuvém electrónica em seu redor. Os electrões têm um movimento caótico à volta do filamento. Entre o filamento 1 e a placa 2 é estabelecida uma ddp muito elevada (da ordem dos KV) de forma que a placa (ânodo) fica com carga mais positiva que o filamento (cátodo). O resultado é que alguns dos electrões do filamento são acelerados em direcção ao ânodo. Na figura está representada a azul a trajectória mais divergente possível para os electrões.

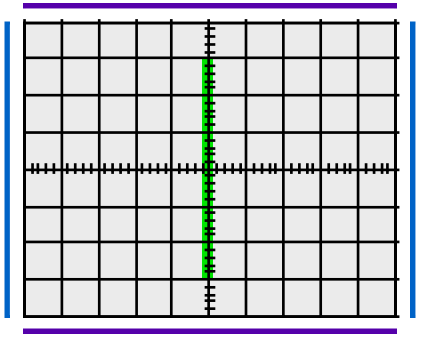
Pretende-se que o feixe de electrões convirja para um ponto luminoso no écran fluorescente. Como o feixe de electrões é divergente é necessário colocar uma lente electrostática convergente. Esta lente está representada na figura em 3.

Até agora, apenas conseguimos criar um ponto luminoso no centro do écran fluorescente. No entanto se acrescentarmos duas placas condutoras horizontais (4) e estabelecermos entre as placas uma diferença de potencial, o feixe de electrões ao passar entre elas terá um desvio vertical para a placa mais positiva. É possível demonstrar que o desvio vertical é directamente proporcional à diferença de potencial entre as placas.

A seguir às duas placas horizontais existem duas placas verticais que serão por isso responsáveis por um desvio horizontal do feixe. Na figura seguinte está representado o écran com a disposição das placas de forma a podermos analisar o funcionamento do osciloscópoio:



As duas placas horizontais estão representadas a lilás e as verticais a azul. O que acontece se aplicarmos uma diferença de potencial com variação sinusoidal no tempo entre as duas placas horizontais? Se o período de oscilação for suficientemente longo vemos um ponto luminoso com um movimento oscilante na vertical, caso contrário, vemos uma linha vertical:

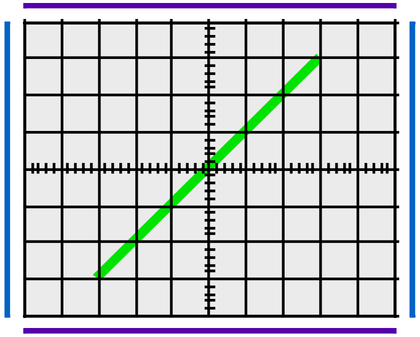


O modo X-Y

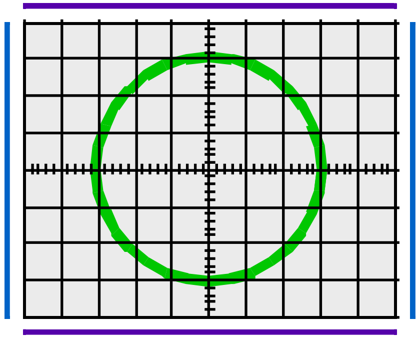
Se aplicarmos outro sinal de variação sinusoidal com uma amplitude igual à do sinal inicial às placas verticais, teremos no écran uma representação gráfica da dependência de um sinal em função do outro. Por exemplo, para sinais em fase obtemos:

$$V_1 = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right);$$

$$V_2 = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$



A equação representada é então: $V_1 = V_2$



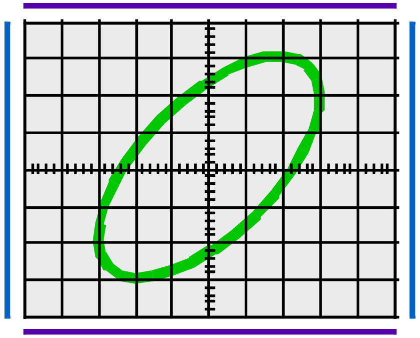
Mas se os sinais não estão em fase (diferença de fase de $\pi/2$) obtemos:

$$V_1 = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right);$$

$$V_2 = A\sin\left(2\pi\frac{t}{T}+\frac{\pi}{2}\right)$$

e podemos deduzir a partir das equações anteriores que: $V_1^2 + V_2^2 = A^2$

Para qualquer valor intermédio no desfasamento ϕ a figura obtida é por exemplo:



e a equação geral que relaciona os sinais em tensão é:

$$V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2\cos\phi = A^2\mathrm{sen}^2\phi$$

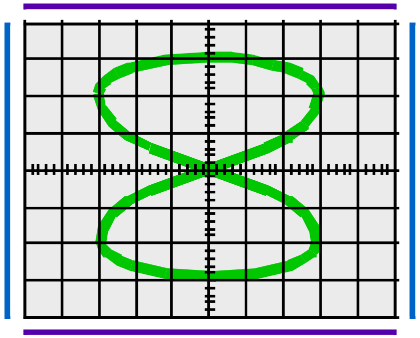
Finalmente, se as amplitudes dos sinais são diferentes então a equação geral passa a ser:

$$\frac{V_1^2}{A_1} + \frac{V_2^2}{A_2} - \frac{2V_1V_2}{A_1A_2}\cos\phi = \mathrm{sen}^2\phi$$

Quando as ligações às placas do osciloscópio são feitas tal como descrevemos anteriormente podemos ter informação acerca da dependência entre sinais e em particular para sinais sinusoidais temos forma de estudar o desfasamento entre eles. Dizemos que o osciloscópio está no *modo X-Y*.

Mesmo com dois sinais de frequência diferente, se a razão entre as frequências for racional obtemos *figuras de Lissajous*:

Esta figura foi obtida para duas frequências cuja razão entre elas era 2. Quando a razão entre as frequências ou o seu inverso é um número inteiro esse é o número de *ordem* da figura.

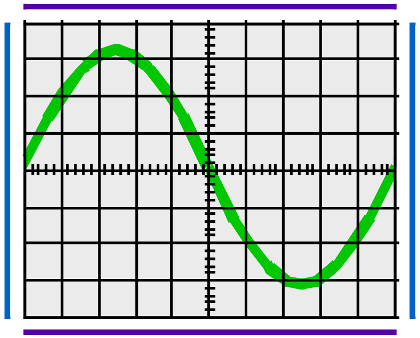


Por isso temos uma figura de Lissajous de ordem 2.

O modo Y-T

Voltemos à situação inicial em que aplicamos uma diferença de potencial com variação sinusoidal no tempo entre as duas placas horizontais. O resultado final para uma grande gama de frequências é um risco vertical. Sendo assim, a única informação que podemos extrair é a amplitude de variação do potencial - metade do comprimento do risco.

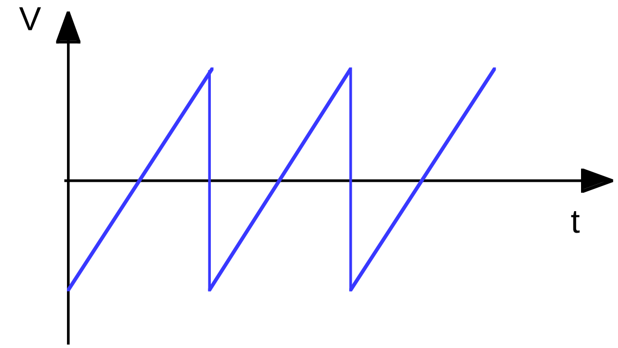
No entanto, podemos retirar mais informação do sinal se obrigarmos o ponto luminoso a deslocar-se na direcção horizontal com velocidade constante da esquerda para a direita. Vejamos o que acontece se o tempo que o ponto luminoso demora a varrer toda a extensão do écran coincide com o período de oscilação da ddp:



Segundo a direcção vertical continuamos a ter informação sobre a amplitude do sinal. Agora segundo a direcção horizontal, é possível determinar o período de oscilação do sinal desde que se saiba qual é a velocidade de varrimento do écran.

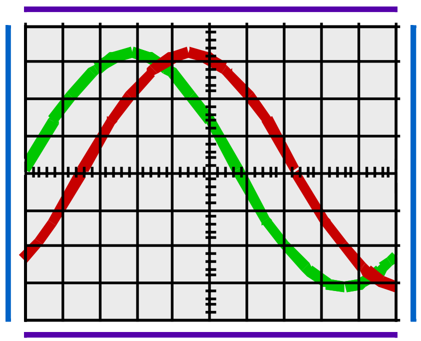
Este modo de funcionamento do osciloscópio designa-se *modo Y-T*.

Como é que se consegue fazer com que o ponto luminoso varra o écran com uma velocidade constante? Basta aplicar nas placas verticais uma ddp que varie com o tempo em dente de serra:

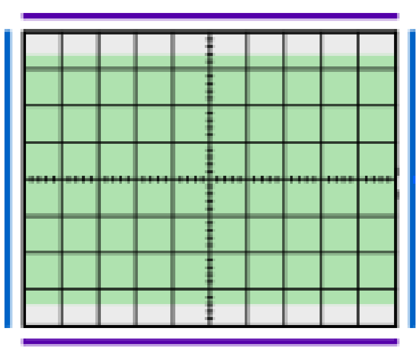


A velocidade de varrimento do écran é determinada pelo declive dos segmentos de recta do gráfico (porque o desvio é directamente proporcional ao potencial). A velocidade da esquerda para a direita é finita, mas assim que o ponto chega ao extremo direito do écran volta imediatamente para a extremidade esquerda.

Vejamos então o que aconteceria se o tempo de varrimento do ecran fosse diferente do período de oscilação da ddp:

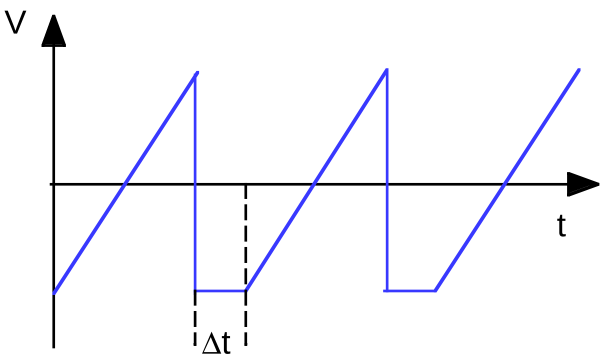


O padrão visto no primeiro varrimento está representado a verde. Antes que a oscilação da ddp seja completa o ponto luminoso atinge a extremidade direita do écran. Ao passar instantaneamente para o início do écran, o potencial continua a sua oscilação, logo a posição vertical do ponto nesse instante mantém-se. Aparece a oscilação representada a vermelho. Como os varrimentos prosseguem indefinidamente e fazem-se a grande velocidade, a imagem que aparece é:



Aparentemente tudo o que tínhamos a ganhar com o varrimento do écran perdeu-se. Mas há uma solução.

No início de cada varrimento podemos esperar um pouco para que o novo varrimento só se inicie se houver sobreposição com a oscilação apresentada anteriormente. Para tal a onda em dente de serra tem que ser modificada para:



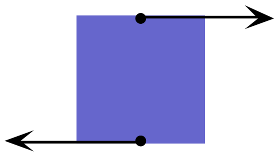
em que Δt será o tempo de espera. Para que se reinicie o varrimento têm que verificar-se dois critérios: a diferença de potencial é nula e está a aumentar.

O circuito que realiza este tempo de espera e reinicia o varrimento é o circuito de disparo. É possível alterar no osciloscópio estes critérios (por exemplo fazer com que o disparo se faça a 1 V e quando o potencial está a dimimuir, ou que o osciloscópio espere até receber um sinal externo, etc.) mas a ideia subjacente é sempre a mesma.

Momento de uma força

As duas condições que é necessário se verifiquem para que um corpo esteja em equilíbrio estático são que o somatório das forças aplicadas sobre o corpo tem que ser nulo e que o somatório dos momentos das forças aplicadas é nulo.

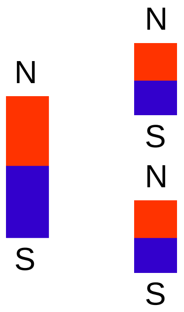
A primeira condição garante que o corpo não tem movimento de translação. No entanto, se o ponto de aplicação das várias forças é diferente pode acontecer um movimento de rotação. Por exemplo no caso da figura ao lado:



As duas forças têm igual intensidade, porém como estão aplicadas em pontos distintos haverá um movimento de rotação. Daí vem a segunda condição.

Propriedades das substâncias magnéticas

Há materiais que exibem naturalmente propriedades magnéticas (e.g. magnetite). Em que consistem estas propriedades magnéticas?



As substâncias magnéticas interagem com outros corpos através de forças magnéticas. Se a interacção for entre dois ímans, em cada íman podemos distinguir duas zonas - uma designa-se por *polo norte* e a outra por *polo sul*. Quando os dois ímans são aproximados, se as zonas mais próximas forem *polos iguais há repulsão, caso contrário, há atracção*.

Se há forças, então podemos definir um campo. Relembremos como definimos o campo eléctrico - é a força exercida numa carga unitária positiva.

Vamos procurar uma “carga magnética” unitária: para tal podemos partir o íman na linha de separação das duas zonas que caracterizam os polos. O que acontece é que criamos dois ímans mais pequenos. É por isso impossível isolar uma “carga magnética”.

O campo magnético

Apesar de não dispormos de uma “carga magnética” unitária é possível caracterizar uma interacção magnética (definir um campo magnético) sem que se utilize esta referência.

Fazendo passar uma corrente num fio condutor, ao aproximarmos um íman desse fio há uma interacção entre os dois. Ou seja, um fio atravessado por uma corrente eléctrica gera um campo magnético. A intensidade do campo será tanto maior quanto maior for a intensidade da corrente eléctrica - as duas grandezas são directamente proporcionais. A lei que relaciona estas variáveis é a lei de *Biot-Savart*.

Apesar dos campos magnéticos criados por uma corrente eléctrica ou por um íman serem indistinguiveis, normalmente são representados de forma diferente. O campo criado por uma corrente eléctrica chama-se *campo magnético* e representa-se por $\vec{H}$.

O campo criado por material magnetizado chama-se *magnetização* e representa-se por $\vec{M}$.

Há um vector que conjuga este dois vectores num só. Esse vector é a indução magnética $\vec{B}$. A sua relação com as outras duas grandezas é dada por:

$$\vec{B} = \mu_0\left(\vec{H} + \vec{M}\right)$$

em que μ_0 é a permitividade magnética do vácuo.

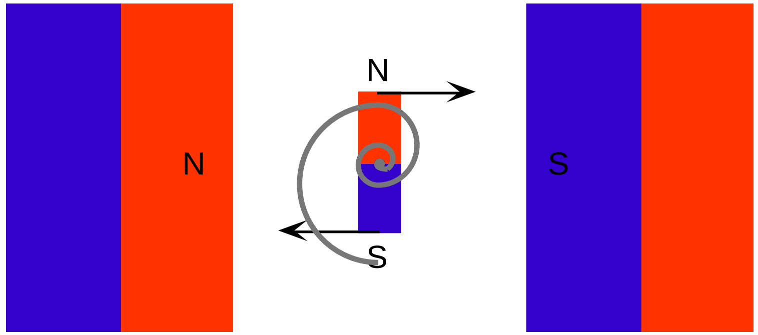
Quando um íman está imerso num campo de indução magnética ele é sujeito a um binário de forças. O momento das forças ($\vec{\tau}$) sobre o íman é dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}$$

É o que acontece quando temos por exemplo uma bússula. Ela roda até estar alinhada com o campo magnético terrestre sob a acção de um binário. Eis como podemos definir o campo magnético. Se conhecemos a magnetização do íman e podemos medir o momento da força podemos (ainda que indirectamente) medir qual é o campo indução magnética. Este campo coincide com o campo magnético a menos de uma constante (μ_0).

O galvanómetro

Consideremos o que se passa na figura seguinte:



Temos um campo magnético constante criado entre os dois ímanes maiores. Imerso neste campo está outro íman que será actuado por um binário. Ao centro de rotação do íman está fixa uma extremidade de uma mola de torção e ele pode por isso rodar em torno desse eixo. A outra extremidade da mola de torção está fixa e imóvel.

Sabemos da mecânica clássica que quando comprimimos uma mola esta responde com uma força em sentido contrário ao da deformação. Essa força é tanto maior quanto maior for a deformação da mola (Δx) e estas grandezas são directamente proporcionais. esta é a lei de Hooke para uma mola linear:

$$\left|\vec{F}\right| = -k \cdot \Delta x$$

A constante de proporcionalidade é a constante de deformação da mola.

A mola de torção funciona de forma semelhante, só que a deformação é feita por acção de um momento de força (em vez da força) e a deformação em vez de ser linear é de rotação ($\Delta\theta$).

Sempre que a mola de torção sofre uma deformação por acção de um binário, ela contraria esse binário criando outro em sentido contrário. Quanto maior for o ângulo de rotação maior será o binário:

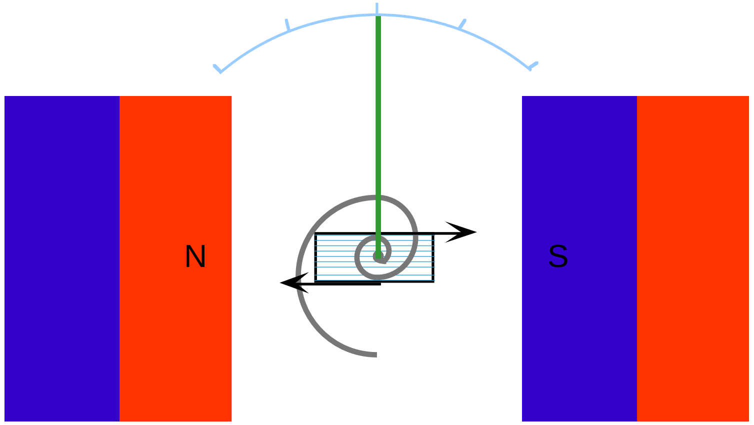
$$\left|\vec{\tau}_{\text{mola}}\right| = -\kappa \cdot \Delta\theta$$

Na situação da figura temos dois binários em competição: o criado pela interacção entre os campos magnéticos e o binário criado pela mola de torção. Quando ambos forem iguais em módulo, o somatório dos momentos das forças será nulo e haverá equilíbrio estático:

$$\left|\vec{\tau}\right| = \kappa \cdot \Delta\theta = m \cdot B \cdot \text{sen}\ \theta$$

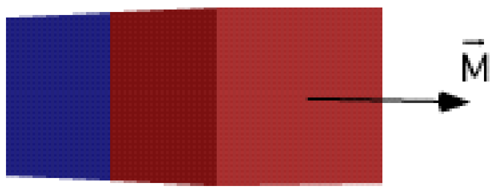
em que m é a magnetização do íman pequeno e B é a indução magnética criada pelos ímanes grandes. Como o ângulo entre os campos varia muito pouco dos 90^0, podemos fazer: sen $\theta \approx 1$. Podemos então concluir que m e $\Delta\theta$ são grandezas directamente proporcionais.

Vimos antes que era possível criar um campo magnético fazendo um fio condutor eléctrico ser atravessado por uma corrente eléctrica. Além disso vimos que o valor do campo era directamente proporcional à intensidade da corrente eléctrica. Isto quer dizer que se substituirmos o íman pequeno por um enrolamento de fio (solenoide), como o campo magnético criado é proporcional à intensidade da corrente então esta grandeza será directamente proporcional a $\Delta\theta$. Temos por isso um transdutor de intensidade da corrente eléctrica. Este transdutor chama-se um *galvanómetro*.



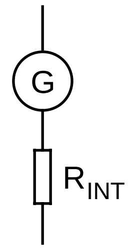
Basta-nos então proceder à calibração do aparelho. Fixamos um ponteiro ao solenoide de forma a que este ponteiro deslize sobre uma escala graduada. Esta graduação poderá ser construida a partir de uma fonte de corrente padrão.

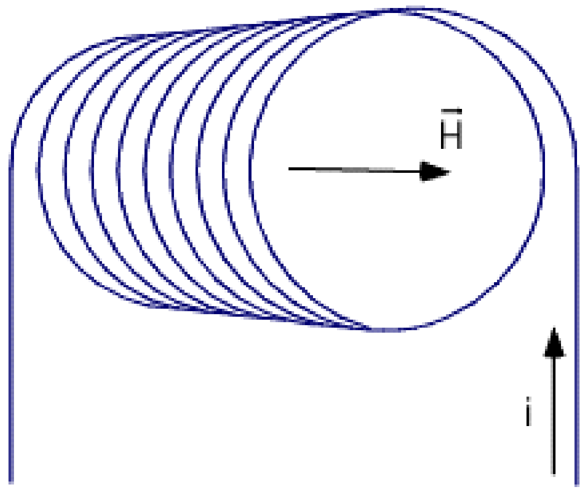
A equivalência entre o íman e os solenoide é obtida se o solenoide for feito de acordo com a figura:



Um solenoide, como é um enrolamento de fio condutor, tem uma resistividade praticamente nula para correntes constantes. No entanto, o número de espiras é tão grande que o comprimento total do fio é bastante grande. A resistência interna do aparelho é da ordem dos 2 KΩ.

O galvanómetro é representado graficamente por:





O fio usado no solenoide suporta em geral uma intensidade de corrente máxima da ordem de 35 a 50 μA.

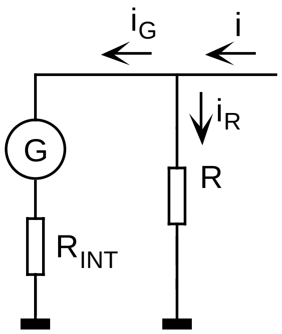
O galvanómetro pode ser usado como amperímetro desde que não se exceda a intensidade de corrente máxima permitida.

Um amperímetro

Na prática interessa-nos medir intensidades de corrente até pelo menos 200 mA.

Uma forma de contruir um amperímetro a partir do galvanómetro é fazer um divisor de corrente. Este divisor deve ser dimensionado para quando tiver a corrente de entrada de 200 mA, o galvanómetro seja percorrido pela corrente máxima:

Sabemos que o desvio angular do galvanómetro é directamente proporcional à corrente que o percorre:



$$\Delta\theta \propto i_G$$

A partir do divisor de corrente da figura sabemos que:

$$i_G = \frac{R}{R + R_{INT}} i$$

Logo o desvio angular será directamente proporcional a i:

$$\Delta\theta \propto i$$

Esta é uma das características pretendidas do amperímetro. Mais, se a escala máxima deve ir até 200 mA, então quando a intensidade da corrente à entrada for i = 250 mA (margem de segurança de 50 mA), devemos ter i_G = 50 µA (se for esta a corrente máxima permitida). A partir das equações anteriores podemos deduzir que:

$$50 \times 10^{-6} = \frac{R}{R + 2 \times 10^3} 0,25$$

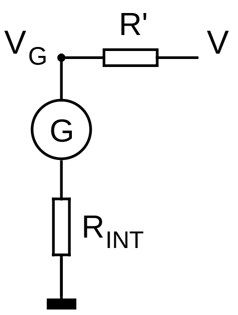
Concluimos então que a resistência R deve ter o valor de 0,4 Ω. Convém colocar também na entrada do circuito um fusível de 250 mA. Se este valor for atingido o fusível queima e o circuito é interrompido.

Um voltímetro

Como a corrente máxima do galvanómetro é 50 µA e a sua resistência interna é de 2 KΩ, a ddp máxima que ele suporta é:

$$V = 2 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6} = 0,01\,V = 10\text{ mV}$$

Podemos construir um voltímetro com uma escala até 1 V, fazendo um divisor de tensão. Deve verificar-se a condição de a ddp aos extremos do galvanómetro não exceder os 10 mV. Vejamos o circuito:



A ddp aos extremos do galvanómetro é V_G e o potencial a medir é V. Como o circuito é um divisor de tensão, a relação entre estas grandezas é:

$$V_G = \frac{R_{INT}}{R_{INT} + R'} V$$

Para o potencial de 1,2 V (margem de segurança de 0,2 V) pretendemos que passe através do galvanómetro uma corrente eléctrica cuja intensidade é 50 μV. Se aplicarmos estes dados na expressão anterior obtemos:

$$10 \times 10^{-3} = \frac{2 \times 10^3}{2 \times 10^3 + R'} 1{,}2$$

Concluimos então que R' = 238 KΩ.

Falta testar a linearidade do transdutor, ou seja, verificar se o desvio angular da agulha é directamente proporcional à ddp aos extremos do voltímetro. Sabemos pela equação anterior que:

$$V \propto V_G$$

e que para o galvanómetro:

$$\Delta\theta \propto i_G$$

O galvanómetro obedece à lei de ohm, logo:

$$V_G = R_{INT} \cdot i_G$$

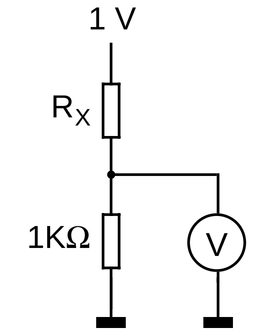
Podemos então concluir que:

$$\Delta\theta \propto V$$

Deve ser acrescentado ao circuito um fusível de 50 μA.

Um ohmímetro

É possível também projectar um ohmímetro a partir de um galvanómetro. Consideremos o seguinte circuito:



Temos um divisor de tensão sujeito a uma ddp de 1 Volt. A resistência R_X é a resistência cujo valor pretendemos medir. O valor desta resistência determina qual é a ddp aos extremos da resistência de 1 KΩ:

$$V = \frac{10^3}{10^3 + R_X} 1$$

A partir desta equação podemos calcular qual é a resistência de R_X a partir da tensão medida. A escala deste ohmímetro (ao contrário do voltímetro e do amperímetro) não é linear porque V e R_X são inversamente proporcionais.