O Condensador

O potencial eléctrico de um condutor aumenta à medida que lhe fornecemos carga eléctrica. Estas duas grandezas são directamente proporcionais. No entanto, para a mesma quantidade de carga, dois condutores de *forma* diferente podem ter um potencial diferente.

Designamos de *capacidade eléctrica* (C) de um condutor, a carga (Q) que é necessário fornecer a esse condutor para que este tenha um potencial (V) de 1 Volt:

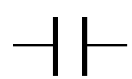
$$C = \frac{Q}{V}$$

A unidade do SI para a capacidade eléctrica é o Farad (F - em homenagem a Faraday):

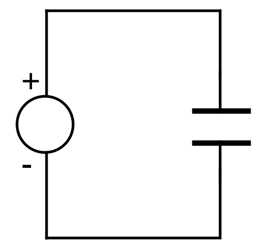
$$1\,F = \frac{1\ C}{1V}$$

Convém ainda salientar que existe um limite máximo da quantidade de carga eléctrica que um condutor consegue suportar. Esse limite é determinado pela forma do condutor e pela presença na sua vizinhança de outros condutores eléctricos (e também das suas formas). Quando tentamos exceder este limite o corpo liberta o excesso de carga sob a forma de um plasma. É o que observamos por exemplo quando há trovões.

Um condensador é constituido por dois condutores. O mais simples é aquele em que temos duas placas paralelas de igual área. Daí que o símbolo utilizado para o condensador é:



Consideremos os seguinte circuito:



Há um excesso de carga numa placa em relação à outra. O seu valor é determinado por:

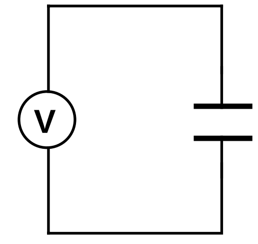
$$Q = C\,V$$

em que V é o potencial imposto pela fonte de tensão aos terminais do condensador (digamos 5 Volt).

Em vez de capacidade de um condutor falamos agora na capacidade de um condensador. Esta é apenas a capacidade de uma placa relativamente à outra.

Como podemos alterar a capacidade de um condensador?

Uma vez estabelecida a diferença de carga entra as placas do circuito anterior retiramos a fonte de tensão. No seu lugar colocamos um voltímetro. Considerando que não houve perdas de carga eléctrica durante a troca (a resistência eléctrica entre os terminais do condensador manteve-se infinita), o potencial medido pelo voltímetro será 5 Volt:

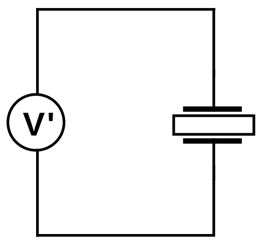


O voltímetro tem uma resistência interna infinita logo o potencial medido mantém-se nos 5 Volt.

Nestas circunstâncias se colocarmos entre as placas um material dieléctrico (isolante polarizável, e.g. vidro) observamos algo interessante: a ddp medida pelo voltímetro diminui!

A capacidade inicial era:

$$C = \frac{Q}{V}$$



e passou a ser:

$$C' = \frac{Q}{V'}$$

Como verificámos experimentalmente: V' < V logo C' > C.

Aumentámos a capacidade do condensador. Para a mesma ddp, agora a carga armazenada é maior.

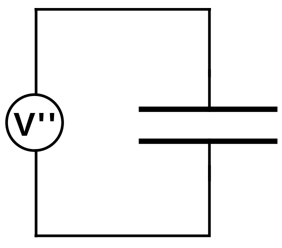
A grandeza que quantifica a polarizabilidade de um material é a sua constante dieléctrica ε. De facto nem é necessário haver matéria para que um meio seja polarizável - o vácuo é polarizável e tem constante dieléctrica ε_0 = 8.85 pF/m.

A capacidade de um condensador é directamente proporcional à constante dieléctrica do meio que existe entre as suas armaduras:

$$C \propto \varepsilon$$

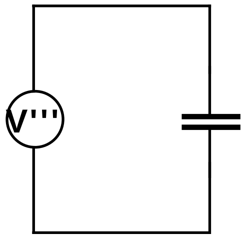
Em vez de intercalarmos um material dieléctrico poderíamos ter aumentado a área (A) das placas. O resultado era semelhante, o potencial diminuia (V'' < V), ou seja, a capacidade aumentava:

$$C \propto A$$



Ainda como alternativa poderíamos ter diminuido a distância entre as placas (d):

$$C \propto \frac{1}{d}$$



O potencial diminuia (V''' < V) e portanto a capacidade aumentava.

Conjugando a informação destas três experiências obtemos:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

para um condensador de placas paralelas.

Apesar desta expressão alterar-se para outros condensadores, a essência mantém-se. Ou seja, a capacidade aumenta com a constante dieléctrica, aumenta com a área exposta e diminui com a distância média entre as armaduras.

Quanto a valores típicos, um condensador formado por suas placas de metal de 2 dm^2 no ar a uma distância de 10 cm tem uma capacidade da ordem dos 15 pF.

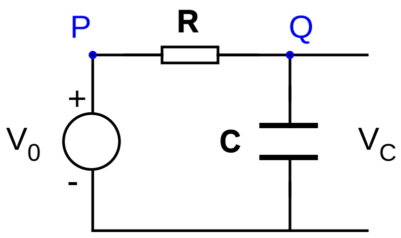
A interposição de um material, por exemplo a água pode fazer aumentar a capacidade por várias ordens de grandeza (neste caso 80x).

Se há ganho ou perda de carga pelo condensador quando está num circuito, podemos quantificar a intensidade da corrente eléctrica se tomarmos a derivada da carga em ordem ao tempo:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \frac{dV}{dt}$$

O circuito RC com tensão constante

Um circuito em que temos uma resistência em série com um condensador chama-se um circuito RC:



Vamos ver como varia a ddp aos extremos do condensador (V_C) ao longo do tempo se aplicarmos um potencial constante V_0. Sem cálculos podemos fazer uma ideia de como varia V_C. No início o potencial é nulo em todos os pontos do circuito. Assim que o circuito é fechado existe uma ddp aos extremos de R (V_P - V_Q = V_0 - 0) e por isso surge uma corrente eléctrica de P para Q que fará carregar o condensador. Qaundo o condensador estiver carregado não flui mais corrente e por isso o potencial em Q será igual ao potencial em P (V_0).

Para além de sabernos que V_C aumenta até V_0, temos que saber como é este aumento de forma quantitativa. Vejamos a equação que descreve o comportamento deste circuito. Como os dois componentes (R e C) estão em série, a corrente que percorre R coincide com a de C, logo:

$$\frac{V_0 - V_C}{R} = C\frac{d}{dt}\left(V_C - 0\right)$$

em que convencionamos que a saída “-” da fonte de tensão é a massa (0 V).

Obtemos assim uma equação diferencial:

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{RC} = \frac{V_0}{RC}$$

Esta equação pode ser resolvida multiplicando ambos os termos por $e^{\frac{t}{RC}}$:

$$\frac{dV_C}{dt} \cdot e^{\frac{t}{RC}} + \frac{V_C}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}} = \frac{V_0}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

O primeiro termo da igualdade é o resultado da derivada de um produto:

$$\frac{d}{dt}\left(V_C \cdot e^{\frac{t}{RC}}\right) = \frac{dV_C}{dt} \cdot e^{\frac{t}{RC}} + \frac{V_C}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

logo:

$$\frac{d}{dt}\left(V_C \cdot e^{\frac{t}{RC}}\right) = \frac{V_0}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}}$$

a primitiva desta equação dá:

$$V_C \cdot e^{\frac{t}{RC}} = V_0 \cdot e^{\frac{t}{RC}} + K$$

em que K é uma constante que é determinada a partir das condições iniciais:

$$V_C = V_0 + K\,e^{-\frac{t}{RC}}$$

No instante t = 0 s, V_C é nulo. Aplicando este facto à equação anterior:

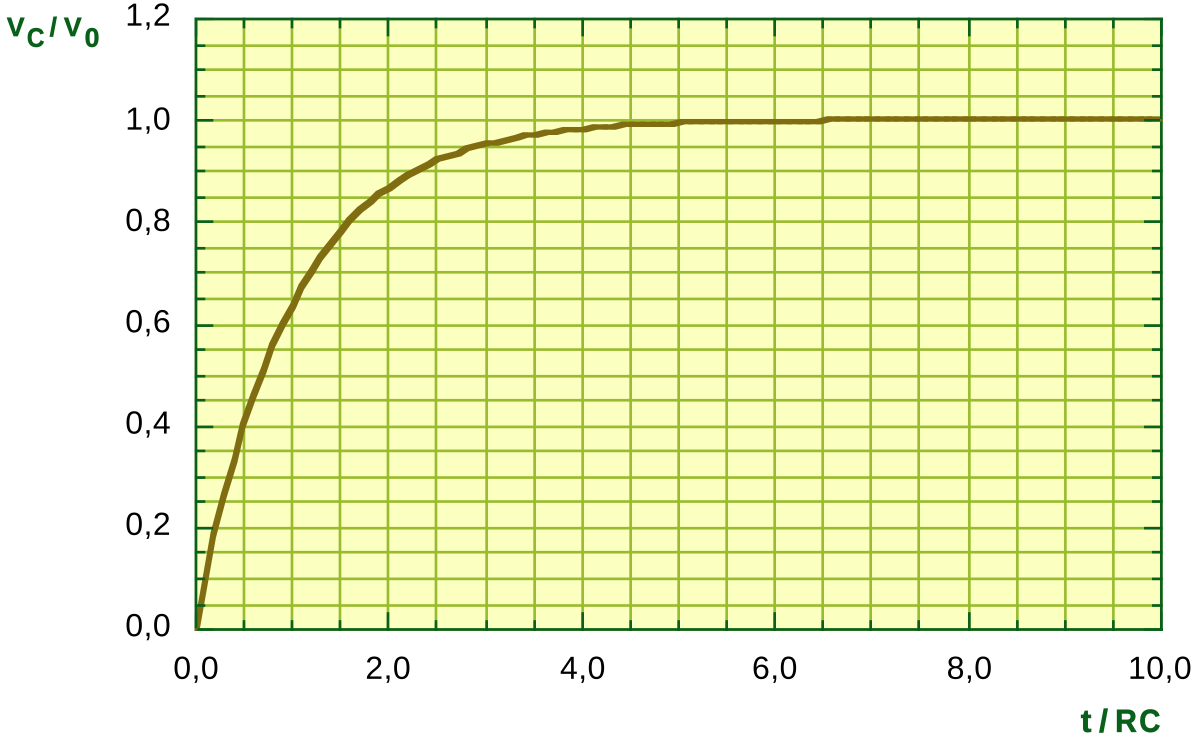
$$V_C = V_0 + K\,e^{-\frac{0}{RC}} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad K = -V_0$$

Logo:

$$V_C = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Se representarmos graficamente a tensão aos extremos do condensador em função do tempo:

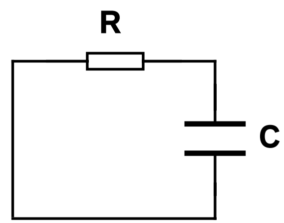


Vemos que o potencial aos terminais do condensador, tal como esperávamos tende para o potencial V_0. Teoricamente os dois só são iguais quando t for infinito. Ou seja o condensador nunca chega a carregar completamente. Apesar de não carregar completamente ele carrega. Então como defino um tempo de carga? Diz-se por convenção que o *tempo de carga* é o tempo que a tensão aos terminais do condensador demora até chegar ao valor de tensão:

$$V_C = \left(1 - \frac{1}{e}\right) V_0 = 63.2\%\ V_0$$

Esta condição verifica-se no instante t = RC.

Suponhamos que esperámos tempo suficiente para que o condensador carregue completamente ($t \gg RC$), retiramos a fonte de tensão e fechamos o circuito:



À ddp inicial aos extremos do condensador vamos chamar V_0. Uma vez que o circuito está fechado e como existe um excesso de carga eléctrica numa das armaduras em relação à outra, há transferência de carga entre as armaduras. Dizemos que há descarga do condensador. A corrente eléctrica só pára quando ambas as armaduras têm a mesma quantidade de carga.

A corrente proveniente do condensador só pode passar pela resistência logo:

$$\frac{V_R}{R} = C\frac{dV_C}{dt}$$

em que V_R é a ddp aos extremos da resistência e V_C é a ddp aos extremos do condensador. Pela lei das malhas de Kirchoff deduzimos a partir do circuito que:

$$V_R + V_C = 0$$

e obtemos a seguinte equação diferencial para a variação temporal da ddp aos extremos do condensador:

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{RC} = 0$$

Podemos resolver esta equação multiplicando ambos os termos por $e^{\frac{t}{RC}}$:

$$\frac{dV_C}{dt} \cdot e^{\frac{t}{RC}} + \frac{V_C}{RC} \cdot e^{\frac{t}{RC}} = 0$$

O primeiro termo é a derivada de um produto:

$$\frac{d}{dt}\left(V_C \; e^{\frac{t}{RC}}\right) = 0$$

Integrando obtemos:

$$V_C \cdot e^{\frac{t}{RC}} = K$$

em que K é uma constante. A ddp aos extremos do condensador varia no tempo de acordo com:

$$V_C = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Para determinarmos o valor da constante K utilizamos o facto do consensador estar carregado no instante inicial ($V_C = V_0$):

$$K \cdot e^{\frac{0}{RC}} = V_0$$

Ou seja, a descarga do condensador faz-se com a seguinte dependência no tempo:

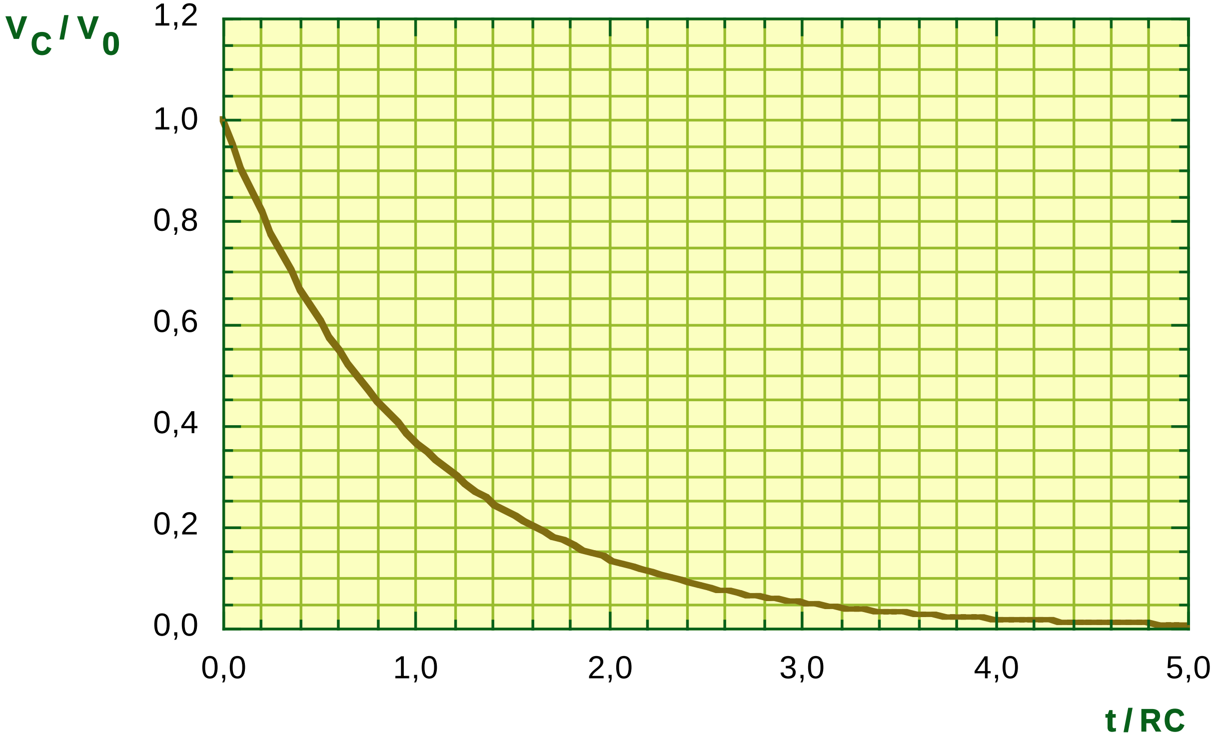
$$V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Vemos que o condensador só estará completamente descarregado no instante t = ∞. No entanto, o condensador descarrega.

Vamos definir *tempo de descarga* como o tempo que o condensador demora a que o seu potencial se reduza a $\frac{1}{e}$ do valor inicial.

Isto acontece no instante t = RC.

Representemos graficamente a variação do potencial do condensador:



No instante t = RC o potencial reduz-se a 36.8% do valor inicial.

Não é por acaso que as definições dos tempos de carga e descarga dos circuitos estudados fazem do instante t = RC o instante que caracteriza o fenómeno. Através desta quantidade simples de calcular temos a informação necessária. Ela é chamada de *constante de tempo* do circuito.

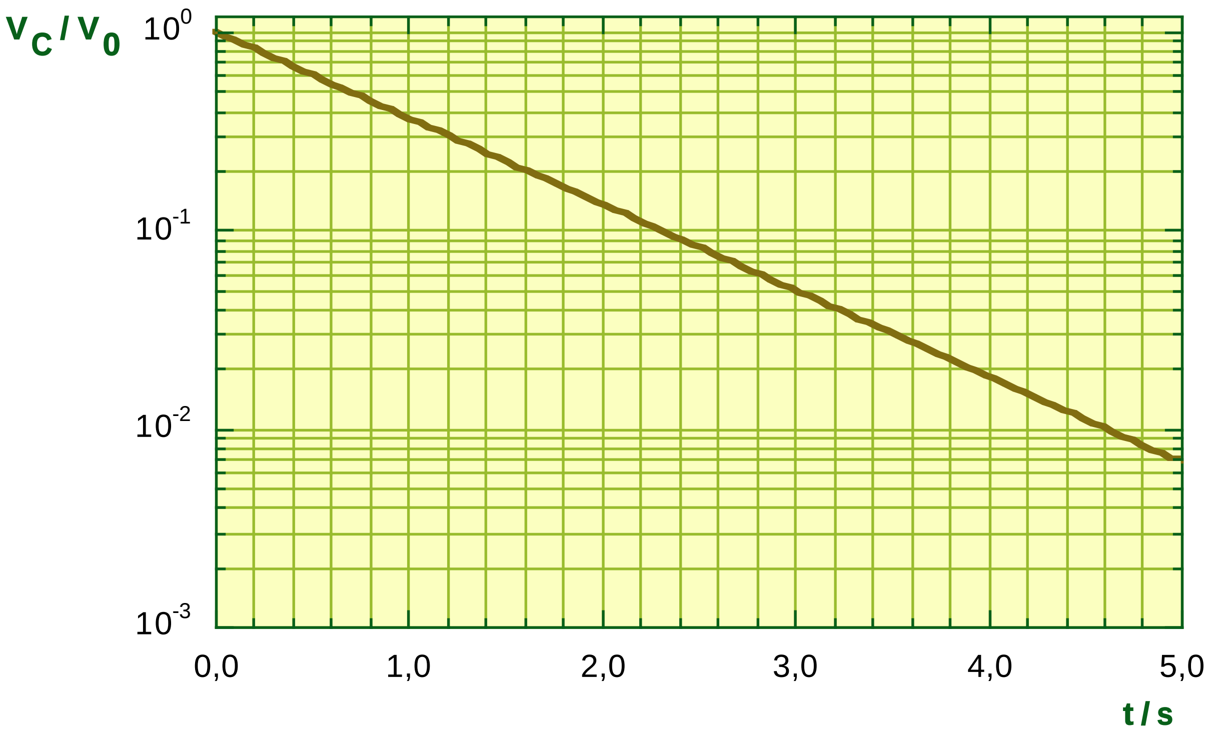
Na prática é habitual tentarmos determinar a constante de tempo de um circuito. Daria muito trabalho fazer um gráfico do tipo do anterior, fazer uma interpolação e depois procurar qual era o instante em que o potencial era reduzido a $\frac{1}{e}$ do valor inicial.

É muito mais fácil reproduzir o gráfico em papel semi-logarítmico. Em vez de uma curva obtemos uma recta e o declive dessa recta é -1/RC:

$$V_C = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_C}{V_0} = e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{V_C}{V_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$



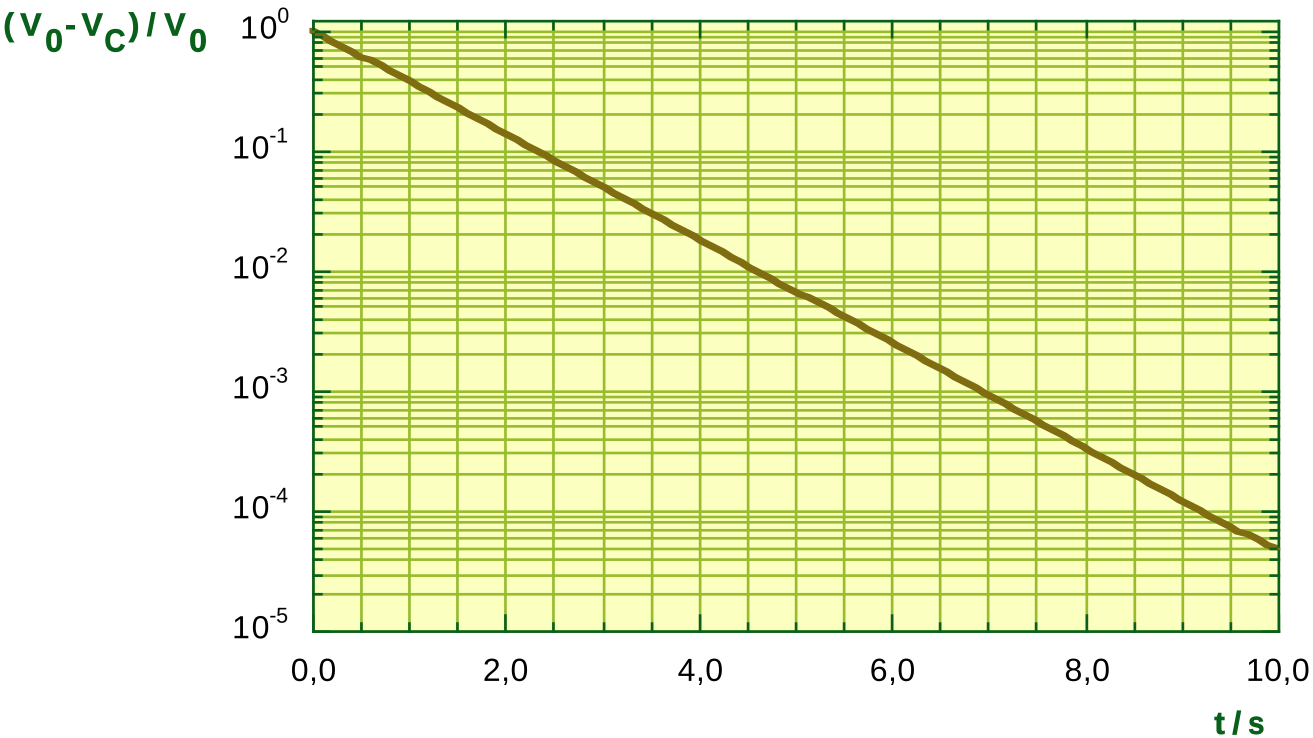
Também para a carga do condensador podemos representar graficamente a relação entre o potencial do condensador e o tempo. Se escolhermos bem as variáveis representadas e utilizarmos uma escala semi-logarítmica podemos transformar a curva de carga numa linha recta, fácil de interpolar:

$$V_C = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{V_C}{V_0} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{V_C}{V_0} = e^{-\frac{t}{RC}} \Leftrightarrow$$

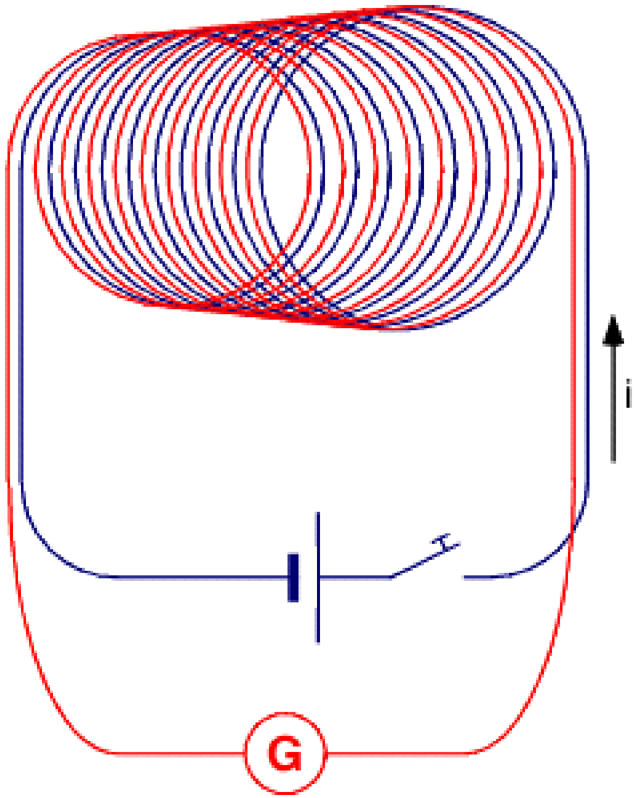
$$\Leftrightarrow \ln\left(1 - \frac{V_C}{V_0}\right) = -\frac{t}{RC}$$



O declive da recta é igual a -1/RC. Este método permite um cálculo simples e rápido da constante de tempo do circuito.

Indução electromagnética

Em 1831, Faraday realizou a seguinte experiência: Enrolou vários metros de um fio em torno de um cilindro de madeira. Entre cada espira deixou um espaço de forma a enrolar outro fio de acordo com a figura:



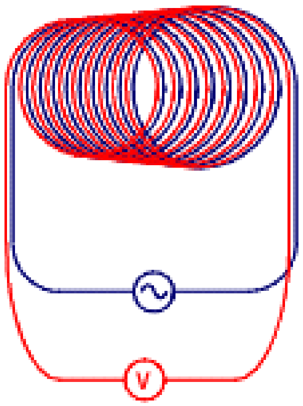
Já era sabido que uma corrente eléctrica, ao percorrer um fio criava um campo magnético (Lei de Biot-Savart). O que Faraday esperava demonstrar era que o inverso também seria possível - era possível obter uma corrente eléctrica (campo eléctrico) a partir de um campo magnético.

Num solenoide (a azul) aplicou uma ddp constante que chegou a ter um valor da ordem dos 100 V. Ambos os fios tinham um revestimento de resina e estavam por isso isolados um do outro. No segundo enrolamento Faraday intercalou um galvanómetro. fechou o circuito e viu: nada. A agulha do galvanómetro permanecia imóvel enquanto a corrente passava no primeiro solenoide.

Reparou, no entanto num pormenor: quando fechava o circuito a agulha deslocava-se momentaneamente para um lado e quando abria o circuito a agulha movia-se no sentido contrário. Logo a seguir a agulha voltava à posição de equlíbrio e aí permanecia por maior que fosse a ddp aplicada ao primeiro solenoide.

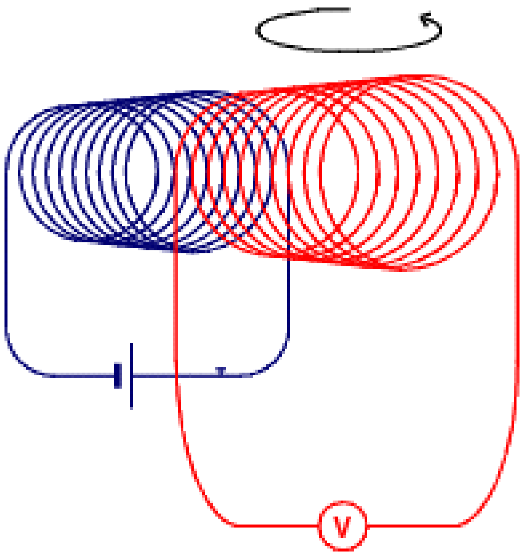
A conclusão foi que só aparecia uma corrente no segundo solenoide quando a ddp variava no tempo (quando fechava o circuito, num intervalo de tempo muito pequeno, a ddp mudava de 0 V para a ddp da pilha).

Posteriormente fez-se outras experiências que permitiram chegar às seguintes conclusões:

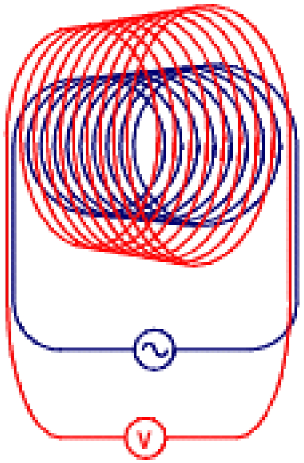


- A corrente no segundo solenoide resulta de uma diferença de potencial induzida. Ou seja, se substituisse o galvanómetro por um voltímetro e repetisse a experiência original, não havia passagem de corrente mas medíamos uma variação de ddp aos extremos do voltímetro.

- Se se varia a ângulo entre o eixo de simetria dos dois solenoides ao longo do tempo também aparece uma ddp induzida.



- Além disso, se mudamos a área de secção recta perpendicular ao eixo de simetria ao longo do tempo, também aparece uma ddp induzida.



A lei que conjuga todas estas observações é a lei de Faraday. Ela diz que *sempre que há uma variação do fluxo do campo magnético num circuito, há uma força electromotriz induzida nesse circuito*. O fluxo de campo magnético é definido como:

$$\phi = \int (B \cos \alpha) dS$$

em que B é a indução magnética, S é a área circunscrita pelo circuito e α é o ângulo entre o vector indução magnética e a direcção perpendicular à superfície S.

E a lei de Faraday é então reproduzida pela expressão:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

em que ε é a força electromotriz induzida.

Nesta expressão está condensado o facto de, se houver variação no tempo de qualquer uma das grandezas (B, α ou S), temos uma força electromotriz induzida. Mais, quanto maior for a taxa de variação maior será a força electromotriz induzida.

Uma aplicação prática desta lei é que podemos utilizar um circuito eléctrico como um transdutor de campo magnético, de área, de deslocamento angular e de qualquer outra grandeza que resulte de uma das quatro variáveis: B, α, S e t (por exemplo velocidade angular).