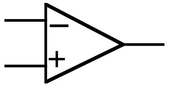
O Amplificador operacional

Um amplificador operacional (ampop) é representado graficamente como:



À esquerda tem duas entradas e à direita uma saída. A entrada assinalada com “-” diz-se *inversora* e e a assinalada com “+” diz-se *não inversora*. As tensões de entrada podem então ser V_- e V_+ respectivamente e a tensão de saída é V_S.

A relação entre as tensões de entrada e a tensão de saída é dada por:

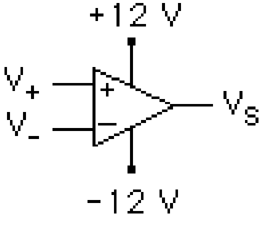
$$V_S = A(V_+ - V_-) \quad (1)$$

em que A é o ganho do ampop em malha aberta. Vamos considerar que para tensões de entrada constantes o seu valor é $A = 10^6$.

A partir da expressão (1) vemos que a tensão de saída é proporcional à diferença de potencial entre V_+ e V_- e dizemos por isso que se trata de um *amplificador diferencial*.

No entanto o amplificador só funciona se estiver devidamente alimentado. O ampop que nós usamos na aula é o 741. A sua alimentação faz-se com dois potenciais constantes e simétricos cujo valor absoluto pode ir de 10 a 36 V. No laboratório por uma questão de conveniência os potenciais de alimentação serão: +12 V e -12 V.

Por vezes o ampop é representado com a alimentação:

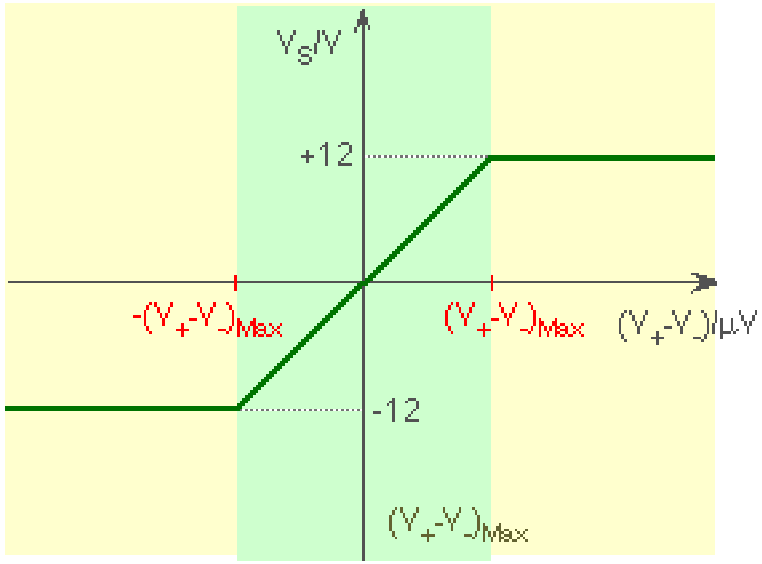


Apesar do ganho do ampop ser grande o potencial de saída será sempre limitado pelos potenciais de alimentação. Isto é, no nosso caso o potencial de saída nunca será superior a +12 V nem inferior a -12 V.

Função de transferência

Chama-se *função de transferência* de um amplificador à função que descreve como varia o potencial de saída com o potencial de entrada.

No caso do ampop 741 com a alimentação referida e em malha aberta esta é dada pelo potencial de saída, V_S em função da diferença de potencial à entrada, $V_+ - V_-$. Se a representarmos graficamente temos:



A região a verde claro é aquela em que se verifica a relação linear (com declive de 10^6) entre os potenciais de entrada e de saída de acordo com (1). Logo designa-se de *região linear*.

Fora desta região se a expressão (1) fosse válida teríamos um potencial de saída superior a +12 V ou inferior a -12 V. Como o potencial de saída está limitado pelo de alimentação o ampop só pode apresentar um potencial de +12 ou -12 Volt.

Assim esta região (amarela) é designada de *região de saturação*.

Quais são osvalores $\pm(V_+ - V_-)_{Max}$? Neste caso são:

$$(V_+ - V_-)_{Max} = \frac{(V_S)_{Max}}{A} = \frac{12}{10^6} = 12\ \mu V$$

Em suma, só quando o módulo da diferença de potencial à entrada do ampop for inferior a 12 μV (12×10^{-6} V) é que é possível obter à saída um potencial intermédio (entre +12 e -12 V).

No entanto, no tipo de circuitos que nós estudamos o mais usual é termos tensões de entrada da ordem dos mV (10^{-3} V) aos V. Nestas condições concluimos que o ampop em malha aberta funciona <u>aproximadamente</u> como um *comparador* :

- se $V_+ > V_- + 12\mu V$ então $V_S = +12$ V;
- se $V_- > V_+ + 12\mu V$ então $V_S = -12$ V.

O ampop ideal

Se em vez de um ganho finito de 10^6 o amplificador tivesse um ganho infinito o declive na região linear era $+\infty$e $(V_+ - V_-)_{Max} = 0$. Neste caso teríamos um ampop com um comportamento de comparador ideal em malha aberta.

Outras características importantes para o ampop são as resistências de entrada e de saída. Num *ampop ideal*, além de um ganho em malha aberta infinito deveria ter uma resistência de entrada infinita (consumo de corrente pelo ampop nulo) e uma resistência de saída nula (o potencial de saída era independente da corrente fornecida pelo ampop).

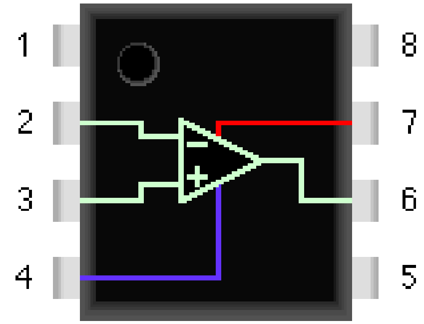
O amplificador ideal deveria também ter a capacidade de apresentar à saída flutuações em tensão tão rápidas quanto necessário. Por exemplo: no caso de uma onda quadrada de amplitude 5 V e frequência 100 KHz, nas transições entre -5 e +5 V o declive deveria ser muito maior que 2 V/μs. Ao declive máximo do potencial em função do tempo que o ampop pode ter à saída chama-se *Slew Rate*.

Comparemos o ampop ideal com o 741:

	A	R_E (Ω)	R_S (Ω)	Slew Rate (V/µs)
IDEAL	∞	∞	0	∞
741	10^6	$\approx 10^6$	≈ 100	0,5

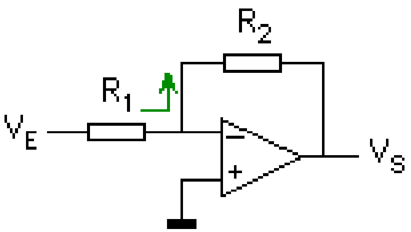
quanto ao ganho em malha aberta (A), resistência de entrada (R_E), resistência de saída (R_S) e slew rate.

O ampop 741com que vamos trabalhar tem uma distribuição dos contactos de acordo com a figura:



O ampop por si só não parece ter grande utilidade para além de funcionar como comparador. No entanto veremos em seguida que esta inutilidade é apenas aparente.

Consideremos o circuito seguinte:



Aquilo que sabemos é que deve ser válida sempre a equação (1): $V_S = A(V_+ - V_-)$ e a partir do circuito vemos que: $V_+ = 0$ V.

Logo $V_S = - A V_-$ (2)

O potencial à entrada é V_E e na entrada inversora é segundo (2a): $V_- = -\frac{V_S}{A}$. Assumindo que há uma diferença entre os potenciais e que $V_E > V_-$ temos uma corrente eléctrica a entrar no circuito através da resistência R_1. Essa corrente chega ao nó entre R_1 e a entrada inversora e encontra dois caminhos possíveis - através de R_2 e da entrada inversora do ampop.

A resistência de entrada do ampop é elevadíssima face a R_2 e por isso podemos aceitar que toda a corrente flui por R_2 (ver seta verde no circuito).

O valor numérico dessa corrente é dado pela razão entre a diferença de potencial aos extremos de R_1 e R_1; mas também pela razão entre a diferença de potencial aos extremos de R_2 e R_2:

$$\frac{V_E - V_-}{R_1} = \frac{V_- - V_S}{R_2} \qquad (3)$$

Se substituimos V_- através da equação (2a) obtemos:

$$\frac{V_S}{V_E} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{A} + 1} \qquad (4)$$

que é aproximadamente igual a $-\frac{R_2}{R_1}$ porque $\frac{1}{A} \approx 0$.

Obtivemos algo surpreendente - um ganho finito e controlável a partir dos valores de resistência utilizados. Para tal bastou-nos fazer uma *realimentação negativa*.

Há realimentação porque a saída do ampop foi ligada à entrada através de uma resistência (R_2). A realimentação é negativa porque faz-se pela entrada inversora. Este facto confere estabilidade ao circuito porque com um aumento de tensão à entrada há uma diminuição da tensão de saída o que obriga a tensão de entrada a diminuir e assim sucessivamente.... O ganho do circuito decresce mas torna-se independente do ganho em malha aberta do ampop.

Vamos experimentar a repetir as contas assumindo que o ampop do circuito anterior é ideal.

Como o ganho em malha aberta é infinito então $V_- = V_+ = 0$. Logo a equação (3) passa a ser:

$$\frac{V_E - 0}{R_1} = \frac{0 - V_S}{R_2} \qquad (5)$$

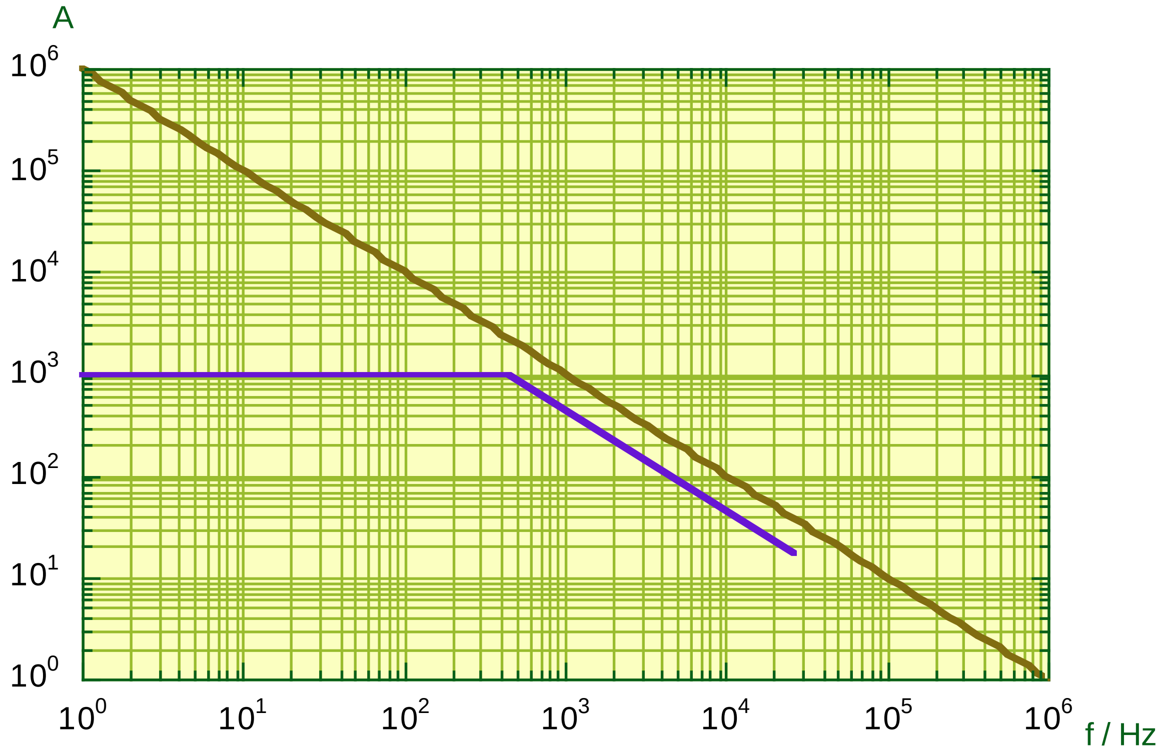
e o ganho é $-\frac{R_2}{R_1}$

Como o resultado é o mesmo que nos cálculos anteriores vamos assumir a aproximação de o ampop ideal como válida para maior simplicidade e rapidez.

No entanto existe um facto ainda a ter em conta. A nossa premissa inicial que o ganho é 10^6 não é verdade. O ganho em malha aberta varia com a frequência (f). Na realidade o seu comportamento é descrito pela equação:

$$A = \frac{10^6}{f} \qquad (6)$$

Se representarmos esta função graficamente (a castanho):



Com este novo elemento se substituirmos no resultado obtido em (4), A por $\frac{10^6}{f}$ obtemos:

$$\frac{V_S}{V_E} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{f}{10^6}+1} \qquad (7)$$

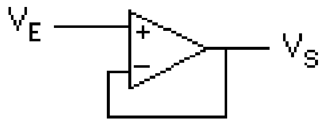
A representação gráfica deste resultado está representada pela linha lilás no caso em que:

$$\frac{R_2}{R_1} = 10^3$$

A figura mostra-nos que o ganho do circuito é de facto controlado pela razão entre as resistências mas só dentro de uma certa gama de frequências. Este está *limitado pelo ganho do ampop em malha aberta*. Neste caso, para frequências superiores a 10^3 Hz o ganho do circuito vê-se obrigado a decrescer. Caso o ganho pretendido fosse menor que 10^3 o decréscimo do mesmo aconteceria para uma frequência mais elevada e assim sucessivamente. No entanto a limitação pressiste e é extensível a todos os circuitos com realimentação.

O seguidor de tensão

Podemos utilizar as características do ampop para melhorar o comportamento de um circuito. Vejamos o exemplo do circuito seguinte:



Sabemos que a equação (1) é sempre verdadeira no regime linear de funcionamento do ampop:

$$V_S = A(V_+ - V_-)$$

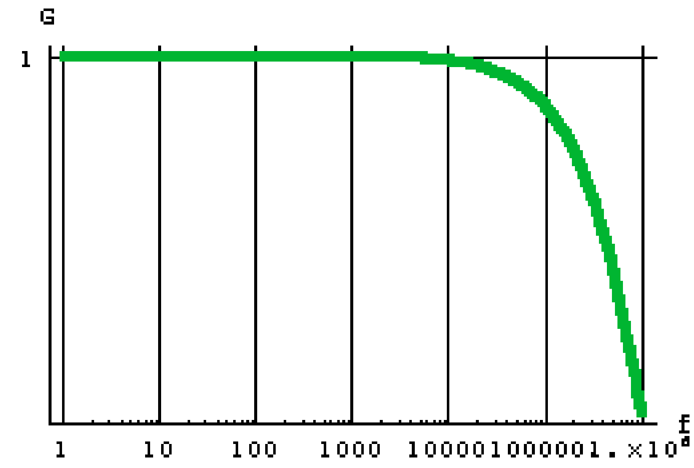
neste caso sabemos que o potencial de entrada vai coincidir com o da entrada não inversora e que devido à realimentação os potenciais de saída e da entrada inversora coincidem:

$$\begin{cases} V_E = V_+ \\ V_S = V_- \end{cases}$$

Substituindo obtemos uma razão entre as tensões de entrada e a de saída (*função de transferência* ou *ganho*) igual a:

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{A}{A+1}$$

como para uma grande gama de frequências A >> 1 então a função de transferência terá um valor próximo de 1. Vejamos como é a variação do ganho com a frequência:

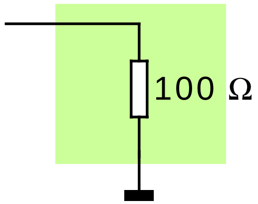


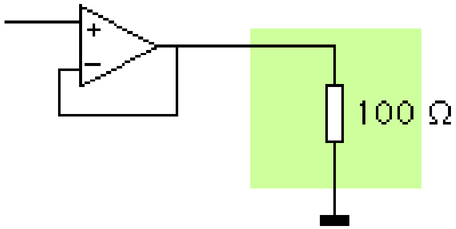
Até frequências da ordem de 10 KHz o ganho é constante e unitário.

Este circuito chama-se um *seguidor de tensão*.

Para que serve este circuito se dá à saída o mesmo que tinha à entrada? Serve para alterar a resistência de entrada do circuito seguinte.

Suponhamos que temos um circuito com uma resistência de entrada de 100 Ω. Se à entrada aplicarmos uma tensão de 10 V ele irá “pedir” uma corrente de 100 mA. Em geral interessa-nos diminuir esta corrente ao máximo. A única forma de consegui-lo é alterar a resistência de entrada para um valor o mais alto possível.



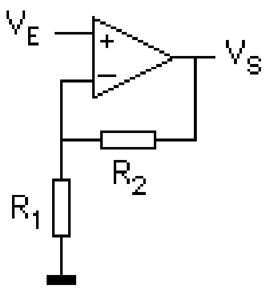


Ao colocar um seguidor de tensão na entrada aumento a resistência de entrada para um valor da ordem dos MΩ (característica do ampop). A gora com as mesmos 10 V a corrente “pedida” passa a ser 10 μA.

O seguidor de tensão serve então para aumentar a resistência de entrada.

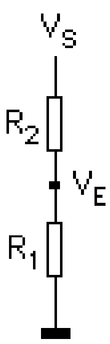
Realimentação em tensão com erro em tensão (RTET)

Vamos ver agora outro tipo de circuito com realimentação negativa:



Em vez de partirmos da equação (1), para simplificar os cálculos vamos assumir que $V_+ \approx V_-$. Vimos na primeira aula que isto era um bom pressuposto porque o potencial de saída só não satura quando:

$$\left| V_+ - V_- \right| < 12\ \mu V$$



logo temos: $V_- \approx V_E$

e o circuito é equivalente a termos:

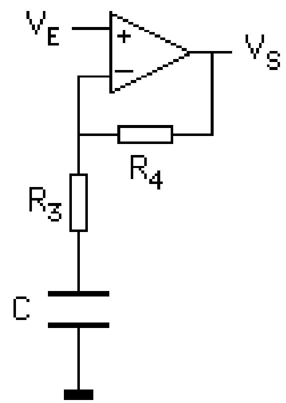
porque a corrente eléctrica só tem um caminho possível: entre a saída e a massa e através das resistências.

Como divisor de tensão o circuito tem a seguinte relação entre os potenciais V_E e V_S:

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \qquad (8)$$

O ganho do circuito (G) é por isso maior que 1: $G \geq 1$

sendo igual a 1 só quando $R_2 = 0$ ou $R_1 = \infty$. Uma utilidade deste facto é que é possível dar um comportamento diferente a este circuito para tensões constantes e variantes no tempo. Por exemplo, como sabem um condensador tem uma impedância infinita a tensões constantes e finita para tensões sinusoidais. Vejamos então o seguinte circuito:

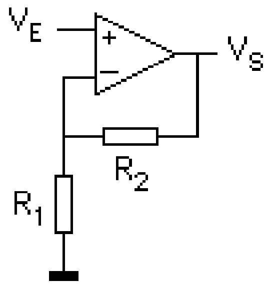


Para um potencial de entrada constante, por analogia ao circuito anterior temos que o valor da impedância R1 será agora infinito. Logo o circuito terá um ganho unitário em DC.

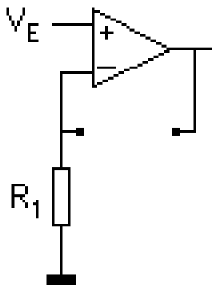
No entanto para sinais de entrada sinusoidais o ganho será maior que 1.

Há muitas possibilidades de utilização desta ideia que deixo à creatividade dos alunos.

Voltando ao circuito inicial, note-se também que estamos a impor na entrada inversora um potencial que é o de entrada. Se esse potencial for constante e conhecido, estamos a obrigar a resistência R_1 a estar sujeita a uma ddp com valor igual a esse potencial de entrada.

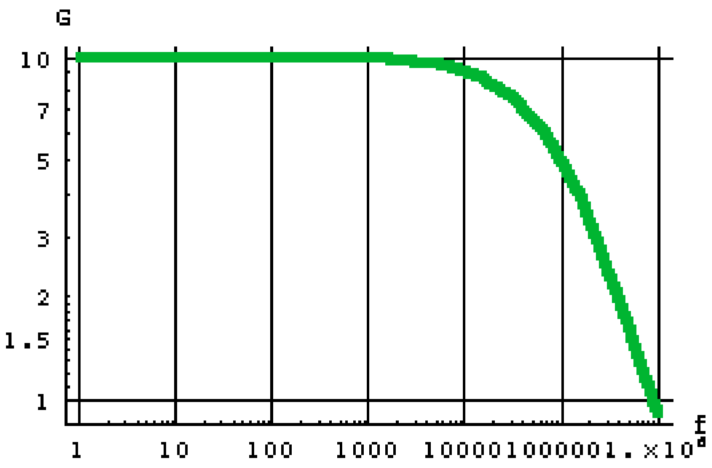


Por outras palavras, sabemos qual é a corrente que passa em R_1. Mais, sabemos que qualquer que seja o valor da resistência R_2 essa corrente passará também em R_2. Temos então uma forma de construir uma fonte de corrente:



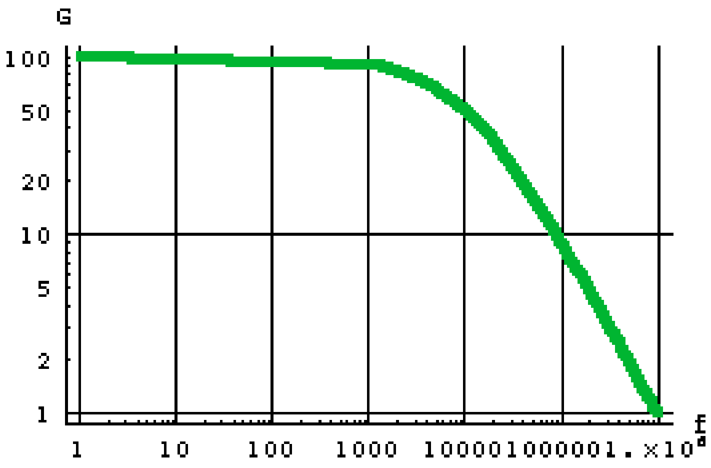
Falta-nos ainda descrever o comportamento do circuito para sinais sinusoidais de diferentes frequências. Se escolhermos por exemplo R_1 = 1KΩ e R_2 = 9KΩ, o ganho do circuito será de 10.

Será que isto é verdade para todas as frequências? Sabemos já da primeira aula que não:



Com um ganho de 10, para frequências superiores a 10 KHz há um decréscimo significativo do ganho. Sabemos já que esta limitação tem origem no ganho do ampop em malha aberta.

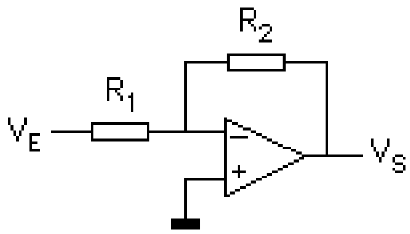
Se tivéssemos escolhido valores de resistências R_1 = 1KΩ e R_2 = 100KΩ, teríamos um ganho de 100, mas o decréscimo aconteceria para frequências inferiores (≈1 KHz):



Falta descrever este tipo de realimentação no que toca às resistências de entrada e de saída. A resistência de entrada é da ordem do MΩ (resistência de entrada do ampop mais o valor de R_1).

Quanto à resistência de saída é a do ampop em malha aberta.

Realimentação em tensão com erro em corrente (RTEC)

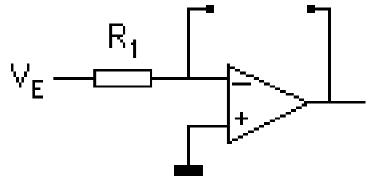


Vamos agora rever com maior detalhe o primeiro tipo de realimentação negativa de que falámos. Vimos já que o ganho do circuito era igual a $-R_2/R_1$. Comecemos pelo sinal negativo, o sinal de saída será invertido em relação ao de entrada. Uma aplicação deste facto é um *circuito inversor*. Basta fazer $R_1 = R_2$.

Como o circuito tem a entrada não inversora sempre a 0 V estamos a impor que a entrada inversora se mantenha a 0 V também. Diz-se que temos uma *massa virtual*. Logo, se tivermos à entrada um potencial constante, sabemos que a corrente que passa em R_1 é:

$$i = \frac{V_E - 0}{R_1}$$

O seu valor é determinado unicamente pela tensão de entrada e pela resistência R_1. Além disso, como a resistência de entrada do ampop é infinita (ou se quiser, da ordem do MΩ) toda esta corrente irá fluir por R_2, qualquer que seja o valor de R_2. Temos assim mais um processo de fazer uma fonte de corrente:

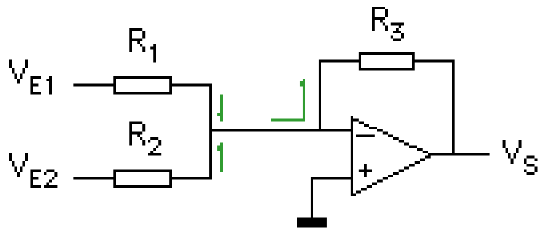


Quanto à resistência de entrada do circuito, será igual a R_1. Já que a entrada inversora do ampop é uma massa virtual, qualquer fonte que ligue à entrada do circuito "verá" uma resistência R_1 ligada à massa. Esta é uma desvantagem deste tipo de realimentação. Se queremos um ganho maior que 1, R_2 tem que ser maior que R_1. Além disso se queremos uma resistência de entrada elevada, R_1 tem que ser elevado. Isto implica que agora R_2 poderá ser comparável à resistência de entrada do ampop e por isso o ganho altera-se porque a corrente que vem de R_1 não vai toda para R_2. Podemos ainda salvar a situação utilizando o seguidor de tensão.

A resistência de saída do amplificador em conformação RTEC será unicamente determinada pela resistência de saída do ampop.

Circuito somador

A massa virtual imposta neste tipo de realimentação (RTEC) pode também ser utilizada da seguinte forma:



Temos agora duas tensões de entrada V_{E1} e V_{E2}. Continuamos a ter uma massa virtual na entrada inversora do ampop logo a corrente que fui por R_3 será devida à soma das correntes provenientes de R_1 e R_2:

$$\frac{V_{E1}-0}{R_1}+\frac{V_{E2}-0}{R_2}=\frac{0-V_S}{R_3}$$

ou seja:

$$V_S=-\left(\frac{R_3}{R_1}V_{E1}+\frac{R_3}{R_2}V_{E2}\right)$$

Se fizermos as resistências todas iguais obtemos:

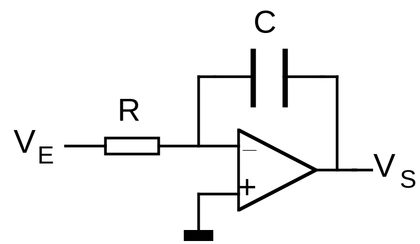
$$V_S=-(V_{E1}+V_{E2})$$

A menos do sinal negativo temos um circuito somador. Podemos ter um verdadeiro somador se acrescentarmos circuitos inversores à entrada.

Outro caso particular será um circuito que faz a diferença entre dois potenciais. Basta aplicarmos apenas um inversor a uma das entradas.

RTEC com condensadores

Vamos agora analisar o que acontece quando substituimos uma das resistências de uma conformação RTEC por um condensador. Comecemos pelo circuito seguinte:



Sabemos que a entrada inversora é uma massa virtual, e que a corrente que passa em R é a mesma que passa em C:

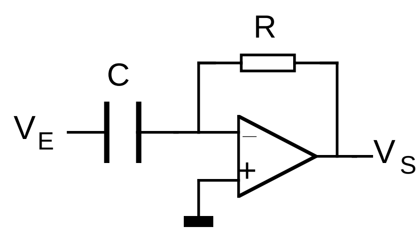
$$\frac{V_E - 0}{R} = C\frac{d}{dt}(0 - V_S)$$

logo:

$$V_S = -\frac{1}{RC}\int V_E dt$$

Podemos então concluir que o circuito representado acima funciona como um *integrador* (a menos de uma constante multiplicativa -1/RC).

Se invertermos a ordem da resistência e do condensador temos um novo circuito. Vejamos qual a sua função:



Novamente o ponto de partida para os cálculos é a corrente que passa na resistência R é a mesma que flui pela realimentação:

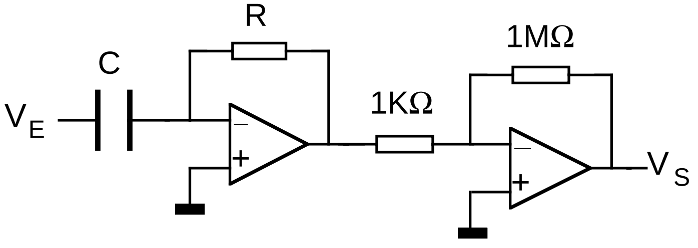
$$C\frac{d}{dt}(V_E - 0) = \frac{(0 - V_S)}{R}$$

e a relação entre as tensões de saída e entrada é:

$$V_S = -RC\frac{dV_E}{dt}$$

Temos um circuito *diferenciador* (a menos de uma constante multiplicativa -RC).

Nota: se quisermos eliminar a constante multiplicativa da função de transferência do circuito basta acrescentarmos um circuito cujo ganho seja -1/RC. Por exemplo, se RC = 10^{-3} então podemos modificar o circuito para:



e sabemos que:

$$V_S = \frac{dV_E}{dt}$$

Passa-baixo

Ao introduzirmos um condensador num circuito, como este componente tem uma impedância que depende da frequência do sinal aplicado, podemos estar a fazer com que o comportamento do circuito também dependa da frequência dos sinais aplicados à entrada. Ou seja, o circuito pode comportar-se como um filtro.

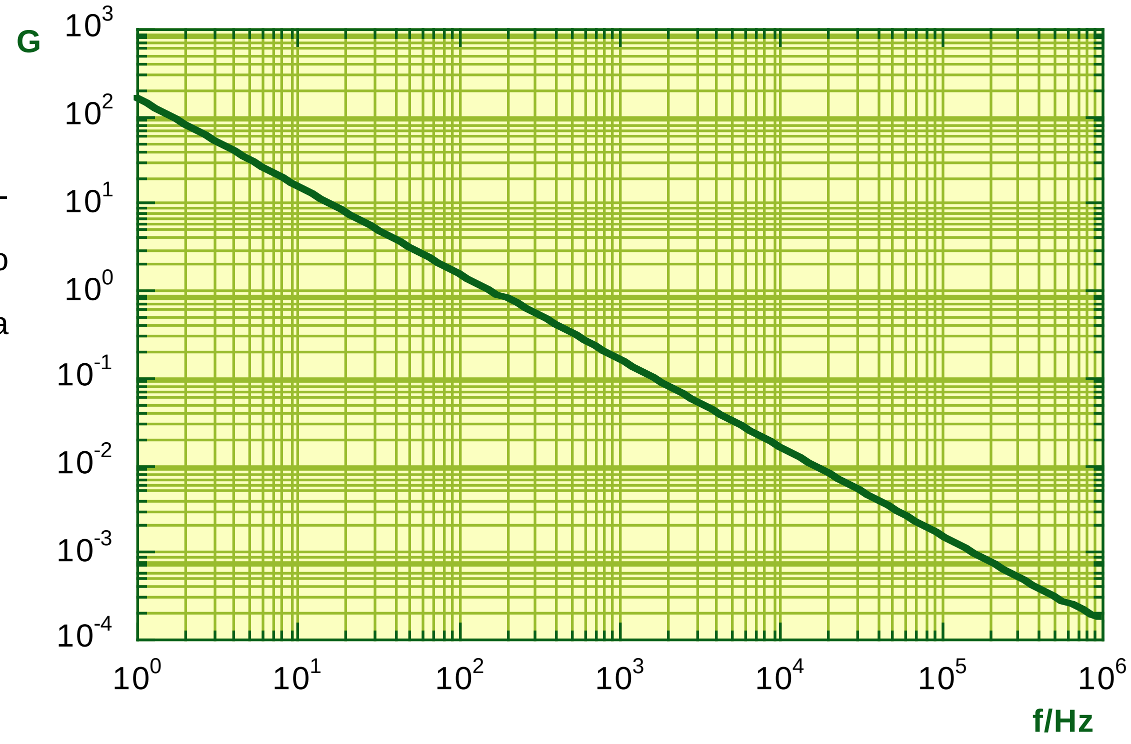
Vamos reanalisar ambos os circuitos agora do ponto de vista do seu comportamento em função da frequência. Comecemos pelo integrador. Refazemos as contas mas consideramos agora que o condensador tem uma impedância cujo valor é imaginário:

$$\frac{V_E - 0}{R} = \frac{0 - V_S}{\frac{1}{j\omega C}}$$

logo a relação entre os módulos das tensões de saída e entrada é:

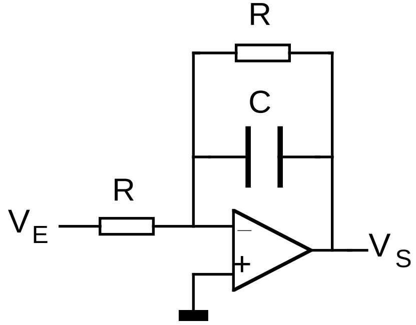
$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{1}{\omega RC}$$

Concluimos que o circuito é um filtro passa-baixo. No entanto, se diminuirmos a frequência, o ganho aumenta sem limite. Representemos a sua função de transferência:



O circuito irá alterar a amplitude relativa dos sinais presentes de diferentes frequências. Para um potencial constante à entrada o ganho é infinito! Como podemos resolver o problema?

Tudo surge do facto do condensador ter uma impedância infinita para tensões constantes. Basta-nos então apresentar um caminho alternativo ao condensador. Ou seja, pôr uma resistência em paralelo com ele:



A partir do circuito sabemos que:

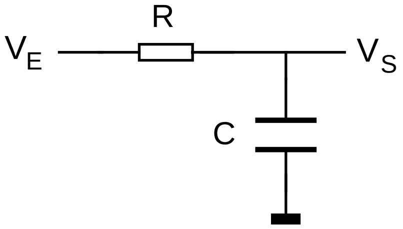
$$\frac{V_E - 0}{R} = \frac{0 - V_S}{\frac{R/j\omega C}{R + 1/j\omega C}}$$

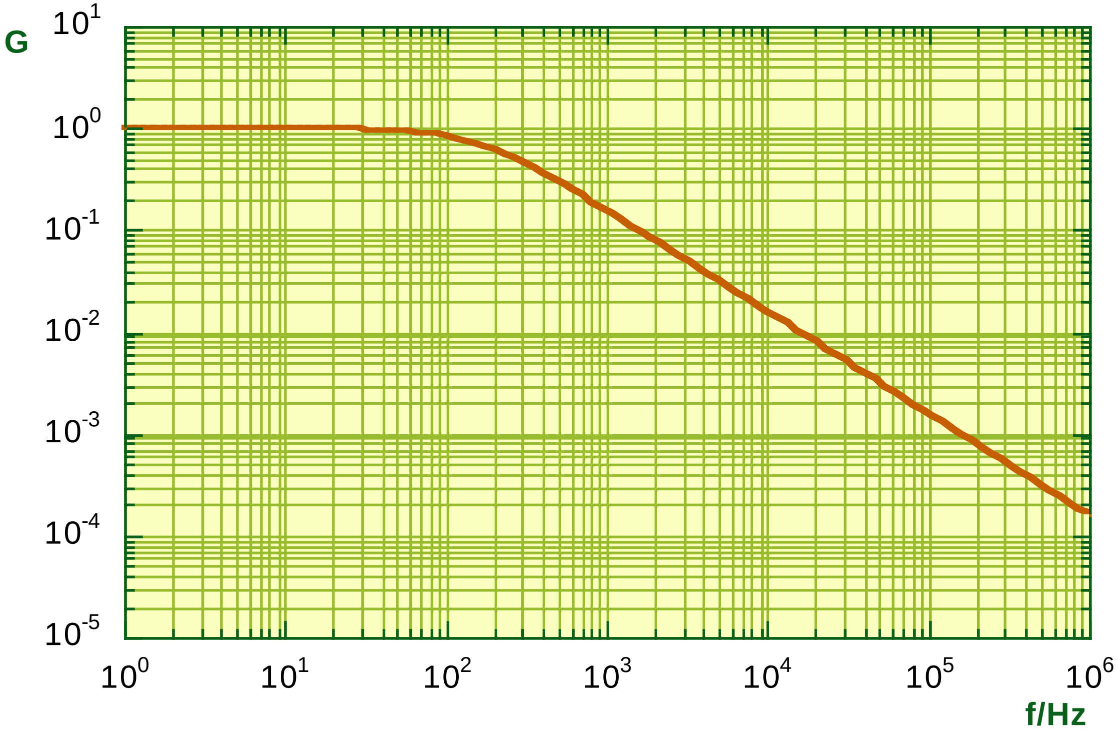
A relação entre os módulos das tensões de entrada e saída é:

$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

Se representarmos graficamente a variação do ganho com a frequência obtemos:

Esta variação do ganho com a frequência é idêntica à que obtíamos para um circuito RC:





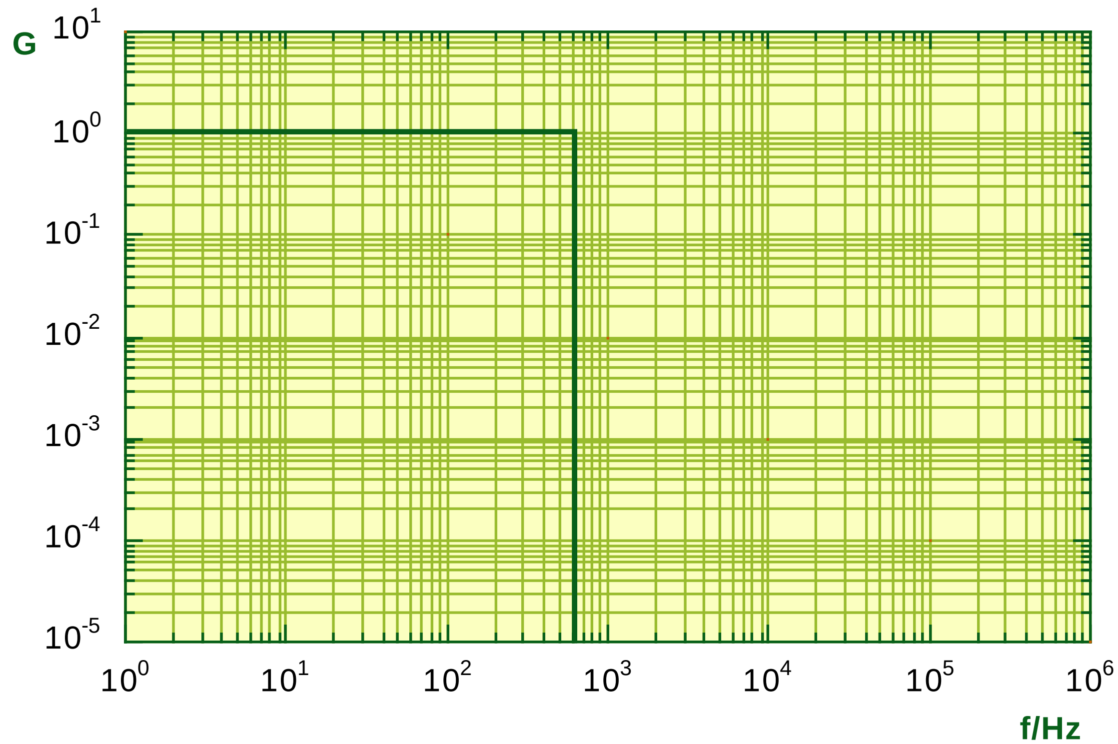
Qual é então a vantagem de utilizar um amplificador operacional? Um filtro passa-baixo ideal seria um tal que a função de transferência seria representada por:

Porém, aquilo de que dispomos é uma função de transferência do tipo:

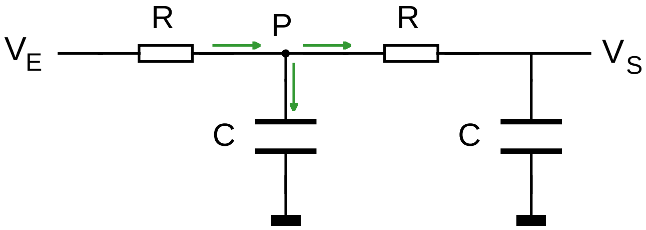
$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

Está longe da função ideal, mas se utilizá-la sucessivamente em vários andares ela pode tornar-se tão próxima da função ideal quanto queira. Dito por outras palavras, se tiver N andares a função de transferência será dada por:

$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \left(1+(\omega RC)^2\right)^{-\frac{N}{2}}$$

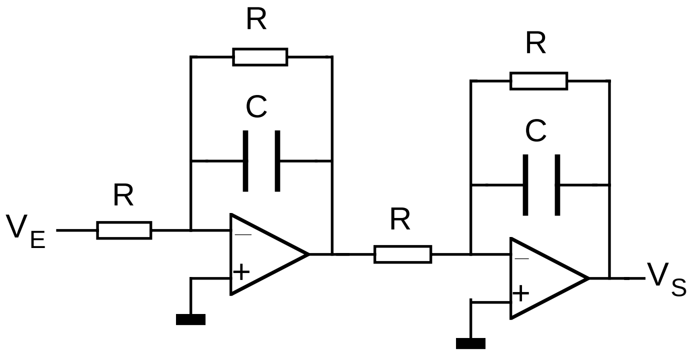


N é o número de *ordem* do filtro. À primeira vista podemos pensar que basta ligar a saída de um circuito RC à entrada de outro RC e assim temos um filtro passa baixo de ordem 2:



Só que há um problema. Se repararmos no ponto P vemos que a corrente vinda do primeiro RC tem que subdividir-se em duas neste nó. A equação de transferência modifica-se porque o pressuposto utilizado para um circuito RC era que toda a corrente deveria fluir de ou para o condensador. Ou seja, não conseguimos concretizar a ideia de aumentar a ordem do filtro.

É aqui que entra em cena o circuito com um ampop que estudámos. Se construirmos um circuito do tipo:

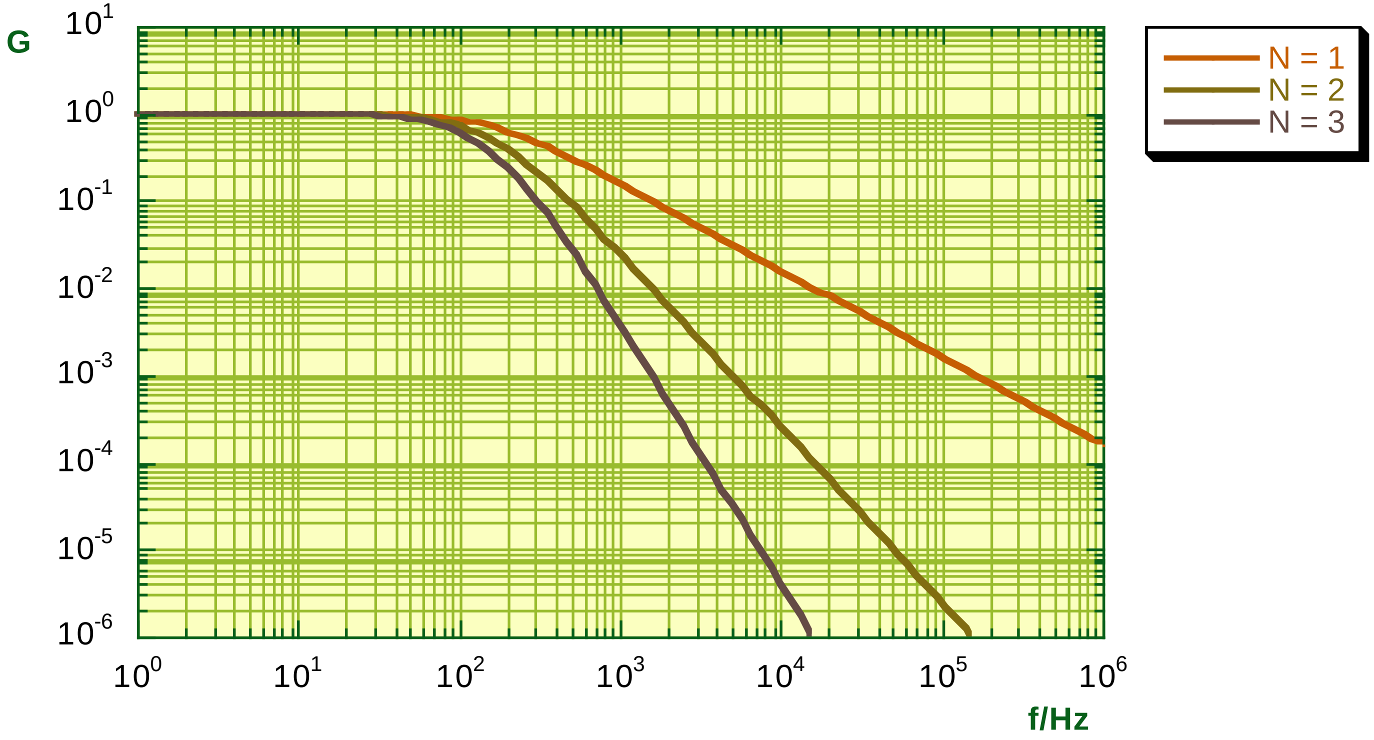


obtemos um filtro passa-baixo de ordem 2. Com N andares teremos um filtro passa-baixo de ordem N.

Na figura seguinte apresenta-se a dependência do ganho com a frequência para circuitos de ordens 1, 2 e 3:

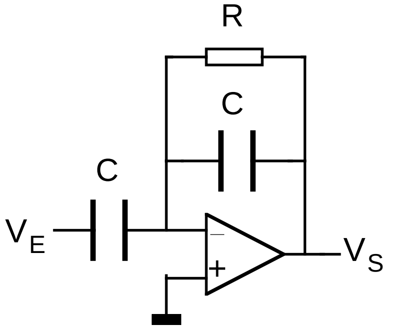
É bem evidente o melhoramento do comportamento de cada filtro à medida que o número de ordem aumenta.

Note-se que cada andar do circuito foi desenhado com as resistências iguais. Se fossem diferentes o ganho teria uma transição menos abrupta com a frequência.



Passa-alto

Ao analisar o circuito diferenciador veríamos que é um mau passa-alto: o ganho é dependente da frequência mas é crescente com a mesma. Mais uma vez esse problema resulta da impedância do condensador. Com uma modificação análoga à que fizemos para o integrador, apresentamos o seguinte circuito:



Observando o circuito vemos que:

$$\frac{V_E - 0}{1/j\omega C} = \frac{0 - V_S}{\dfrac{R/j\omega C}{R + 1/j\omega C}}$$

Logo, a razão entre os módulos de V_S e V_E varia com a frequência de acordo com:

$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{\omega RC}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}}$$

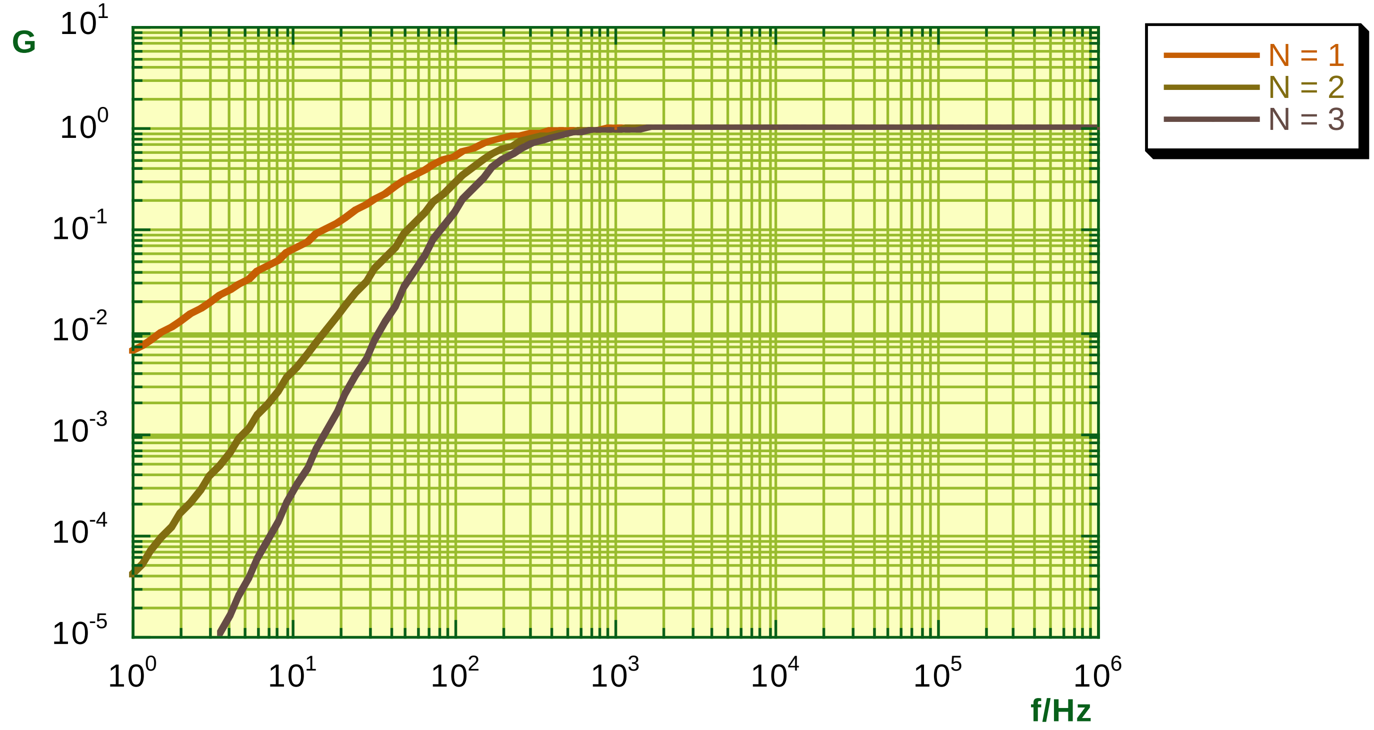
Tal como com o filtro passa-baixo (idêntico ao RC) a função de transferência é idêntica à de um circuito CR. O ampop traz novamente a possibilidade de melhorar o desempenho de um circuito como filtro passa-alto ao adicionarmos N-1 andares.

Logo, com N andares de filtros passa-alto tal como o circuito anterior a função transferência é:

$$\frac{|V_S|}{|V_E|} = \frac{(\omega RC)^N}{\left(1+(\omega RC)^2\right)^{\frac{N}{2}}}$$

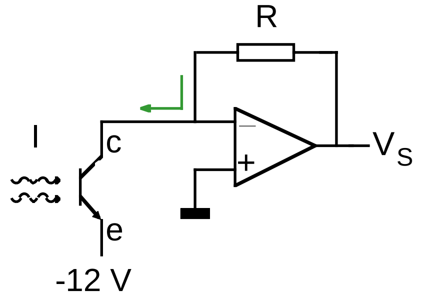
A título de exemplo comparemos três filtros passa-alto com números de ordem 1, 2 e 3:

Mais uma vez vê-se que à medida que a ordem aumenta, a variação do ganho aproxima--se mais da curva ideal.



Um transdutor

Consideremos o circuito seguinte:



Está ligado à entrada inversora um fototransístor. Este componente é percorrido por uma corrente eléctrica que é proporcional à intensidade luminosa (I) que sobre ele incide. A corrente (i) irá fluir do colector (c) para e emissor (e) do fototransístor e temos que:

$$i = KI$$

Como esta corrente é a que passou pela resistência R:

$$V_S - 0 = Ri = RKI$$

Ou seja, o potencial de saída é directamente proporcional à intensidade luminosa que incide sobre o fototransístor. A sensibilidade deste transdutor é dependente dos valores de R e K (característica do fototransístor).