Capítulo 2

Conceitos úteis

2.1 Ordem de grandeza

2.1.1 Introdução

Qual é a ordem de grandeza do número 23? É da ordem das dezenas. Como é que sabemos? Porque está mais perto de 10 do que de 100?

E o número 99? Por um raciocínio análogo será da ordem das centenas porque está mais perto de 100 do que de 10?

A partir de que valor é que posso decidir que passei das dezenas para as centenas? Será o 50?

2.1.2 Definição

A ordem de grandeza de um número (n) é a potência de 10 com expoente inteiro (i) que melhor se aproxima de n.

Em notação matemática:

$$n \sim 10^i \tag{2.1}$$

Por exemplo, o número 23 é igual a $10^{1.36}$. Ou seja, 10^1 é a potência de 10 que melhor se aproxima de 23.

Dizemos então que 23 é da ordem de grandeza de 10^1. Em notação matemática:

$$23 \sim 10^1$$

Seguindo este raciocínio, o número a partir do qual passamos à ordem de grandeza seguinte será igual a $10^{1.5} \approx 31.6$ porque 1.5 já arredonda para 2.

Uma forma de generalizar este conceito pode ser através da modificação da equação (2.1):

$$i = [\log_{10}(n)] \tag{2.2}$$

em que [] representa o operador arredondamento.

2.1.3 Representação científica de um número

Uma outra forma de avaliar a ordem de grandeza de um número (n) envolve a adopção da notação científica.

Nesta notação n deve ter o seguinte formato:

$$n = m \times 10^k \tag{2.3}$$

em que m designa-se mantissa e k expoente.

A mantissa deve estar entre 1 e 10 (excluindo 10):

$$m \in [1, 10[\tag{2.4}$$

e o expoente deve ser inteiro:

$$k \in \mathbb{Z} \tag{2.5}$$

Alguns exemplos:

$$\begin{aligned} 23 &= 2.3 \times 10^1 \\ 99 &= 9.9 \times 10^1 \\ 0.012 &= 1.2 \times 10^{-2} \\ 7230 &= 7.23 \times 10^3 \end{aligned}$$

2.1.4 Ordem de grandeza da mantissa

Podemos então subdividir o n em duas partes: m e 10^k. 10^k será uma primeira estimativa da ordem de grandeza de n.

Se $m \geq 10^{0.5} \approx 3.16$ irá contribuir com mais uma ordem de grandeza e concluímos que:

$$n \sim 10^{k+1} \tag{2.6}$$

Caso contrário $\left(m < 10^{0.5} \approx 3.16\right)$ ficamos pela estimativa inicial:

$$n \sim 10^k \tag{2.7}$$

Ou ainda, se $\log_{10} m \geq 0.5$ a ordem de grandeza de n será dada por (2.6). Se $\log_{10} m < 0.5$ a ordem de grandeza de n será dada por (2.7).

2.2 Percentagem

Como é que se representa um número no formato de percentagem? Para tal temos apenas de saber o significado do símbolo "%". Este símbolo representa um centésimo, ou seja:

$$\% = \frac{1}{100} \tag{2.8}$$

Se quisermos representar o número 5 sob a forma de uma percentagem temos apenas que multiplicar e dividir por 100. Em seguida se substituirmos $\frac{1}{100}$ por $\%$, de acordo com (2.8) obtemos:

$$5 = 5 \times 100 \times \frac{1}{100} = 500\%$$

A definição (2.8) também é suficiente para o processo inverso. Por exemplo:

$$2\% = 2 \times \frac{1}{100} = 0.02$$

Alguns exemplos:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} &= 0.5 = 50\% \\ \tfrac{1}{4} &= 0.25 = 25\% \\ \tfrac{1}{8} &= 0.125 = 12.5\% \end{aligned}$$

20% de 5 é:

$$20\% \times 5 = 20 \times \frac{1}{100} \times 5 = 1$$

2.3 Variação

A variação de uma grandeza pode ser apresentada sob várias formas: absoluta, relativa ou relativa percentual.

2.3.1 Variação absoluta

A variação absoluta da grandeza x (Δx) é dada pela diferença entre o valor final da grandeza (x_f) e o seu valor inicial (x_i):

$$\Delta x = x_f - x_i \tag{2.9}$$

Com a variação absoluta pretende-se saber por que parcela houve uma variação da grandeza.
Podemos facilmente demonstrar a partir da equação (2.9) que se a variação absoluta é:

- positiva ($\Delta x > 0$), x aumentou.
- nula ($\Delta x = 0$), x manteve-se inalterada.
- negativa ($\Delta x < 0$), x diminuiu.

2.3.2 Variação relativa

A variação relativa da grandeza x é obtida por comparação da variação absoluta com o valor inicial.

$$\frac{\triangle x}{x_i} \tag{2.10}$$

Com a variação relativa pretende-se saber por que factor houve uma variação da grandeza.

É de notar ainda o seguinte pormenor: se o valor inicial de x for negativo ($x_i < 0$) e a grandeza aumentar ($\Delta x > 0$), a variação relativa será negativa. Isto que dizer que segundo a definição (2.10) não podemos inferir a partir do sinal da variação relativa de uma grandeza se houve um aumento ou diminuição da mesma, tal como fizemos para a variação absoluta.

2.3.3 Variação relativa percentual

A variação relativa percentual é apenas uma forma diferente de representar a variação relativa de x (2.10):

$$\frac{\triangle x}{x_i} \times 100\% \tag{2.11}$$

Esta é a forma mais frequente e intuitiva de representar uma variação em laboratório.
Alguns exemplos:

- Se uma grandeza aumenta 100% então duplica:

$$\begin{gathered}\tfrac{\triangle x}{x_i} \times 100\% = 100\% \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \tfrac{\triangle x}{x_i} = 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x_f - x_i = x_i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x_f = 2x_i\end{gathered}$$

- Se uma grandeza diminui 50% então reduz-se a metade:

$$\begin{gathered}\tfrac{\triangle x}{x_i} \times 100\% = -50\% \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \tfrac{\triangle x}{x_i} = -0.5 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x_f - x_i = -0.5x_i \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x_f = 0.5x_i\end{gathered}$$