Capítulo 4

O Sistema Internacional

O Sistema Internacional (SI) é um sistema de unidades que foi criado em 1960 na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas [3]. O objectivo era criar um sistema de unidades que fosse adoptado por todos os países de forma a evitar a necessidade de conversão de unidades.

4.1 As unidades de base

O sistema de unidades SI foi construído a partir de 7 *unidades de bas*e [4]:

Grandeza		Unidade SI	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
tempo	$t, \Delta t$	segundo	s
comprimento	l, x, y, z, r,...	metro	m
massa	m, M	quilograma	kg
quantidade	n	mole	mol
intensidade da corrente eléctrica	I, i	ampere	A
temperatura	T	kelvin	K
intensidade luminosa	I_V	candela	cd

Tabela 4.1: Unidades de base do SI

4.1.1 Base experimental do Sistema Internacional

O Sistema Internacional é uma convenção que tem que se basear em padrões que devem ser o mais constantes possível.

Por exemplo, durante mais de um século (desde 1879 até 2019), o padrão de massa do sistema internacional era um cilindro feito de uma liga de platina (90%) e irídio (10%) com um diâmetro e altura iguais (cerca de 39 mm) e uma massa de 1 kg com uma incerteza relativa de 2×10^{-8}.

No entanto, a estabilidade deste padrão era difícil de assegurar. Mesmo sendo conservado no dentro de três redomas de vidro, a radiação cósmica era suficiente para alterar a massa padrão e incrementar a sua incerteza relativa de forma apreciável ao longo dos anos.

Fizeram-se réplicas do padrão e por comparações sucessivas desenvolveram-se técnicas que permitiam assegurar estabilidade.

Ao longo dos anos foram sendo desenhadas e melhoradas experiências que nos permitiram medir constantes físicas universais com um incerteza relativa tão baixa que nos levaram a considerar a possibilidade de usar algumas como base para o Sistema Internacional.

Finalmente em Maio de 2019 deu-se a transição para uma convenção totalmente baseada em 7 constantes universais. Cada uma das 7 unidades de base do Sistema internacional está associada a uma ou mais das constantes universais de acordo com a figura.

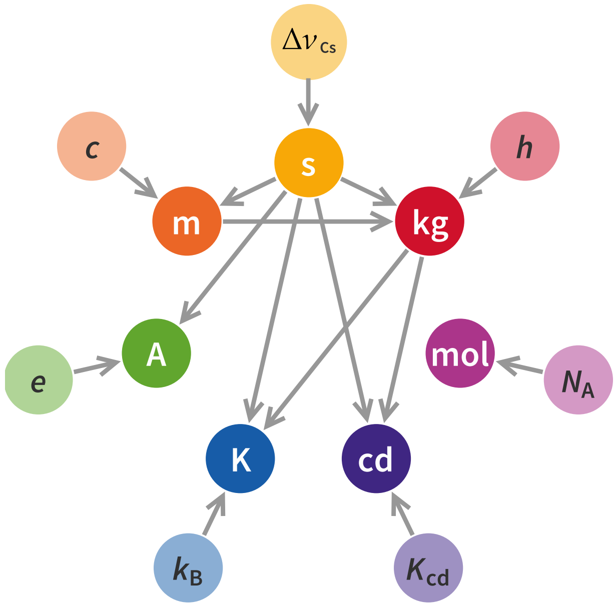

Figura 4.1: Dependência das 7 unidades de base com as 7 constantes universais do SI

4.1.1.1 Segundo

A unidade de tempo (segundo, s) é obtida a partir de um fenómeno de ressonância com Césio-133 (descoberto por Isidor Rubin) que nos permite medir um segundo com uma incerteza relativa cerca de 10^{-16} recorrendo a um relógio atómico (construido inicialmente por Louis Essen). Esta reduzida incerteza relativa resulta da constante universal que é a frequência de ressonãncia do Césio-133 ($\triangle\nu_{Cs} = 9192631770\,\mathrm{Hz}$).

Esta unidade de base é obtida a partir de apenas uma constante universal ($\triangle\nu_{Cs}$):

$$1\ \mathrm{s} = \frac{9192631770}{\triangle\nu_{Cs}}$$

4.1.1.2 Metro

A unidade de distância (metro, m) é obtida a partir da Experiência de Michelson-Morley que permite medir a velocidade da luz com uma incerteza relativa cerca de 10^{-8}. Esta experiência veio também dar suporte à hipótese de que a velocidade da luz no vácuo é uma constante universal ($c = 299792458\,\mathrm{m\,s^{-1}}$).

Esta unidade de base é então obtida a partir das duas constantes universais $\triangle\nu_{Cs}$ e c:

$$1\ \mathrm{m} = \frac{9192631770}{299792458}\frac{c}{\triangle\nu_{Cs}}$$

4.1.1.3 Quilograma

A unidade de massa (quilograma, kg) recorre aos avanços protagonizados por Max Planck e Albert Einstein no estudo da luz. Max Planck estabeleceu uma relação directa entre a energia E de um fotão e a frequência ν desta onda electromagnética:

$$E = h\nu \tag{4.1}$$

em que h é a constante de Planck.

Por outro lado Albert Einstein estabeleceu que seria possível converter toda a energia do fotão em massa m de acordo com a equação:

$$E = mc^2 \tag{4.2}$$

Combinando as duas equações:

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

Temos assim a possibilidade de definir a unidade quilograma. Para isso temos que determinar experimentalmente o valor da constante (universal) de Planck.

Curiosamente, a constante é obtida por uma experiência que utiliza uma balança de Kibble e a antiga massa padrão de 1 kg?!

A balança de Kibble pode ser vista como uma balança de dois pratos. No primeiro prato colocamos a massa padrão e o segundo prato é actuado por uma força magnética até atingir-se o equilíbrio.

Esta experiência permite determinar a constante de Planck ($h = 6.62607015 \times 10^{-23}$ J K^{-1}) com uma incerteza relativa de 10^{-8}.

Esta unidade de base é então obtida a partir das três constantes universais $\triangle\nu_{Cs}$, c e h:

$$1\ \text{kg} = \frac{(299792458)^2}{(6.62607015 \times 10^{-23})\,(9192631770)}\frac{h\triangle\nu_{Cs}}{c^2}$$

4.1.1.4 Mole

A unidade de quantidade (mole, mol) é obtida por experiências de cristalografia de raios X para determinar a densidade de átomos por unidade de volume numa esfera de silício de grande pureza que permitem determinar o número de Avogadro ($N_A = 6.02214076 \times 10^{23}$ mol^{-1}) com uma incerteza relativa cerca de 10^{-8}.

Esta unidade de base é obtida a partir de apenas uma constante universal (N_A):

$$1\ \text{mol} = \frac{6.02214076 \times 10^{23}}{N_A}$$

4.1.1.5 Ampere

A unidade de intensidade da corrente elétrica (Ampere, A) é obtida por experiências que permitem determinar a carga do electrão ($e = 1.602176634 \times 10^{-19}$ C) a partir dos efeitos de Josephson e de Hall quântico com uma incerteza relativa cerca de 10^{-8}.

Tendo em conta que a intensidade da corrente é a carga transportada por unidade de tempo, esta unidade é obtida a partir das constantes universais e e $\triangle\nu_{Cs}$:

$$1\ \text{A} = \frac{1}{(1.602176634 \times 10^{-19})\,(9192631770)}e\triangle\nu_{Cs}$$

4.1.1.6 Kelvin

A unidade de temperatura absoluta (Kelvin, K) recorre às equações de Boltzmann:

$$E = k_B T \tag{4.3}$$

e de Planck (4.1). Igualando as energias:

$$T = \frac{h\nu}{k_B}$$

em que k_B é a constante de Boltzmann. A experiência que permite determinar a constante de Boltzmann ($k_B = 1.380649 \times 10^{-23}$ J K^{-1}) com a menor incerteza relativa (cerca de 10^{-6}) neste momento envolve termodinâmica da acústica de gases. A velocidade do som num gás varia com a pressão. Faz-se uma medição da velocidade do som num gás de hélio-4 medindo o comprimento da onda estacionária produzida numa câmara esférica para diferentes pressões. Em seguida faz-se uma extrapolação para uma pressão nula (gás ideal) desta velocidade.

Esta unidade de base é então obtida a partir das três constantes universais h, $\triangle\nu_{Cs}$ e k_B:

$$1\ \text{K} = \frac{1.380649 \times 10^{-23}}{(6.62607015 \times 10^{-23})\,(9192631770)}\frac{h\triangle\nu_{Cs}}{k_B}$$

4.1.1.7 Candela

A unidade de intensidade luminosa (candela, cd) é obtida a partir de experiências que avaliam a eficácia luminosa de radiação electromagnética visível. Ou seja, experiências que quantificam a percepção que um ser humano padrão terá de uma fonte luminosa que emite com uma potência conhecida.

O olho humano tem uma sensibilidade à luz que varia com o comprimento de onda. É por isso necessário fixar num comprimento de onda padrão ($\lambda = 555$ nm) que corresponde a uma frequência padrão ($\nu = 540$ THz).

Do ponto de vista experimental é necessário criar uma fonte luminosa capaz de converter totalmente toda a potência eléctrica em luz com o comprimento de onda padrão. Experiências com base no trabalho de Max Planck sobre o corpo negro permitiram relacionar a intensidade luminosa I com a potência P necessária para a criar:

$$I_V = K_{cd} P \tag{4.4}$$

em que K_{cd} é a constante universal eficácia luminosa. O valor obtido experimentalmente para a constante universal eficácia luminosa ($K_{cd} = 683\,\mathrm{lm\,W^{-1}}$) tinha uma incerteza relativa cerca de 10^{-6}.

Tendo em conta que a potência é uma energia por unidade de tempo e a equação de Planck (4.1) sabemos que:

$$I_V \propto K_{cd} \left(h\nu\right) \nu$$

Esta unidade de base é então obtida a partir das três constantes universais K_{cd}, h e $\triangle\nu_{Cs}$:

$$1\,\mathrm{cd} = \frac{1}{(683)\,(6.62607015 \times 10^{-23})\,(9192631770)^2} K_{cd} h \triangle\nu_{Cs}^2$$

4.2 As unidades derivadas

Qualquer grandeza cujas unidades não sejam de base terá unidades que serão representadas como uma função de uma ou mais unidades de base. Dizemos que essa grandeza tem *unidades derivadas*.

Alguns exemplos:

- ▷ m^2 - o "metro quadrado" é a unidade de *área* do SI. É uma unidade derivada que resulta apenas de uma unidade de base SI.
- ▷ Hz - o "hertz" é a unidade de *frequência* do SI. É uma unidade derivada que resulta apenas de uma unidade de base SI.

$$\mathrm{Hz} = \frac{1}{\mathrm{s}} \tag{4.5}$$

- ▷ N - o "newton" é a unidade de *força* do SI. É uma unidade derivada que resulta de 3 unidades de base SI:

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{4.6}$$

- ▷ V - o "volt" é a unidade de *potencial eléctrico* do SI. É uma unidade derivada que resulta de 4 unidades de base SI:

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^3} \tag{4.7}$$

- ▷ T- o "tesla" é a unidade de *campo magnético* do SI. É uma unidade derivada que resulta de 3 unidades de base SI:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2} \tag{4.8}$$

- ▷ Ω - o "ohm" é a unidade de *resistência eléctrica* do SI. É uma unidade derivada que resulta de 4 unidades de base SI:

$$\Omega = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{s}^3} \tag{4.9}$$

- ▷ lm - o "lúmen" é a unidade de *fluxo luminoso* do SI. É uma unidade derivada que resulta de 2 unidades de base SI:

$$\mathrm{lm} = \mathrm{cd}\cdot\mathrm{sr} \tag{4.10}$$

4.3 unidades derivadas especiais

No SI as duas grandezas ângulo e ângulo sólido são consideradas *adimensionais* e as suas unidades são consideradas *derivadas*.

4.3.1 ângulo ou ângulo plano

Para compreendermos o que é um ângulo consideremos uma linha semi-recta com origem num ponto O. Se rodarmos a semi-recta segundo um plano P em torno da origem, o ângulo será uma medida da rotação efectuada.

No caso do SI a medida é dada pelo comprimento do arco de circunferência de raio unitário entre os dois pontos de intersecção da linha com a circunferência.

Ou seja, se quisermos medir um ângulo, desenhamos uma circunferência de raio unitário centrada no ponto O. O ângulo é igual ao comprimento do arco de circunferência a vermelho na Figura 4.2.

A definição baseia-se na seguinte fórmula:

$$\theta = \frac{s}{r} \tag{4.11}$$

em que s é o comprimento de um arco de circunferência de raio r.

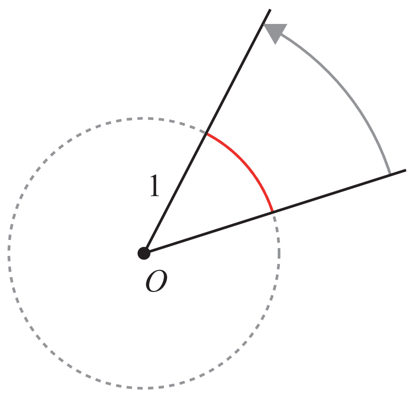

Figura 4.2: Ângulo plano

A unidade SI do ângulo é o *radiano* (rad).

Sabendo que o perímetro de uma circunferência de raio unitário é igual a 2π podemos então concluir que um ângulo completo tem 2π rad

.Alguns exemplos:

- ▷ ângulo recto - representa $1/4$ de um ângulo completo logo é igual a $\pi/2$ rad.
- ▷ ângulo interno de um triângulo equilátero - representa $1/6$ de um ângulo completo logo é igual a $\pi/3$ rad.

4.3.2 ângulo sólido

O ângulo sólido pode ser visto como uma generalização para três dimensões do conceito de ângulo plano. Consideremos uma semi-recta com origem num ponto O tal como definimos para o ângulo plano (ver 4.3.1).

Agora em vez de rodarmos o segmento de recta em torno de O sobre um plano, continuamos a rodar em torno de O mas agora em qualquer direcção voltando sempre à posição inicial. O ângulo sólido será uma medida da rotação tridimensional efectuada.

No caso do SI a medida é dada pela área da secção de uma esfera de raio unitário definida pela intersecção da linha com a esfera.

Ou seja, se quisermos medir um ângulo sólido, desenhamos uma esfera de raio unitário centrada no ponto O. O ângulo é igual à área da secção da esfera a vermelho na Figura 4.3.

A definição baseia-se na seguinte fórmula:

$$\Omega = \frac{A}{r^2} \tag{4.12}$$

em que A é a área da secção de esfera de raio r.

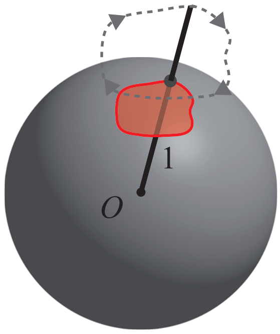

Figura 4.3: Ângulo sólido

A unidade SI do ângulo sólido é o *esterradiano* (sr).

Sabendo que a área da superfície de uma esfera de raio unitário é igual a 4π podemos então concluir que um ângulo sólido completo tem 4π sr.

Alguns exemplos:

▷ ângulo sólido no interior do vértice de um cubo - representa $1/8$ de um ângulo sólido completo logo é igual a $\pi/2$ sr.

▷ ângulo sólido no interior do vértice de um tetraedro regular (pirâmide triangular com as arestas todas iguais) - é igual a $3\,\mathrm{arccos}\left(\frac{1}{3}\right) - \pi \simeq 7\pi/40$ sr.

▷ ângulo sólido no interior do vértice de um sólido platónico - é igual a $q\theta - (q-2)\,\pi$ sr em que q é o número de faces que constituem o ângulo sólido e θ é o ângulo diedro.

4.4 Os prefixos das unidades

Na natureza uma grandeza pode variar muitas ordens de grandeza. Por uma questão de economia de esforço convencionou-se representar um múltiplo ou submúltiplo da unidade de uma grandeza adicionando um dos seguintes prefixos:

Múltiplos		
Nome	Símbolo	Factor
yotta	Y	10^{24}
zetta	Z	10^{21}
exa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
quilo	k	10^{3}
hecto	h	10^{2}
deca	da	10^{1}

Tabela 4.2: Prefixos múltiplos da unidade

Submúltiplos		
Nome	Símbolo	Factor
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
fento	f	10^{-15}
ato	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

Tabela 4.3: Prefixos submúltiplos da unidade