Capítulo 3

Relacionar grandezas

3.1 Variáveis dependente e independente

Vejamos o seguinte exemplo: quando abro uma torneira verifico que quanto maior for o ângulo da rotação (α - ângulo) maior é o volume de água que sai por segundo (Q - vazão volúmica). Neste caso o ângulo é a variável que controlo e por isso designa-se de *independente*. Medindo as diferentes vazões volúmicas para ângulos sucessivamente maiores, posso determinar qual é a forma como Q varia com α:

$$Q = f(\alpha) \tag{3.1}$$

Ou seja, neste caso Q é a variável *dependente*. Acabámos de estabelecer uma relação de dependência entre as duas grandezas. Ou seja, existe uma *correlação* entre as duas.

A correlação pode ser positiva:

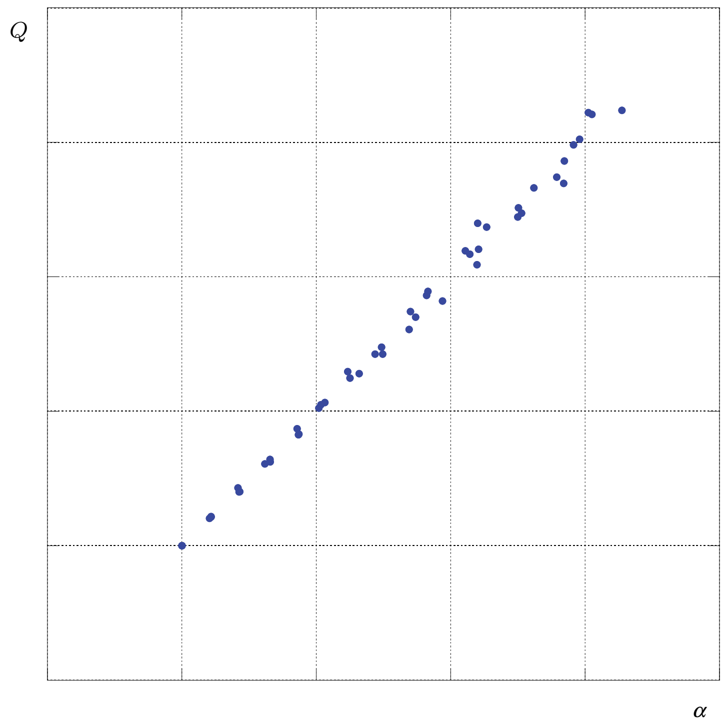

Figura 3.1: Correlação positiva

negativa:

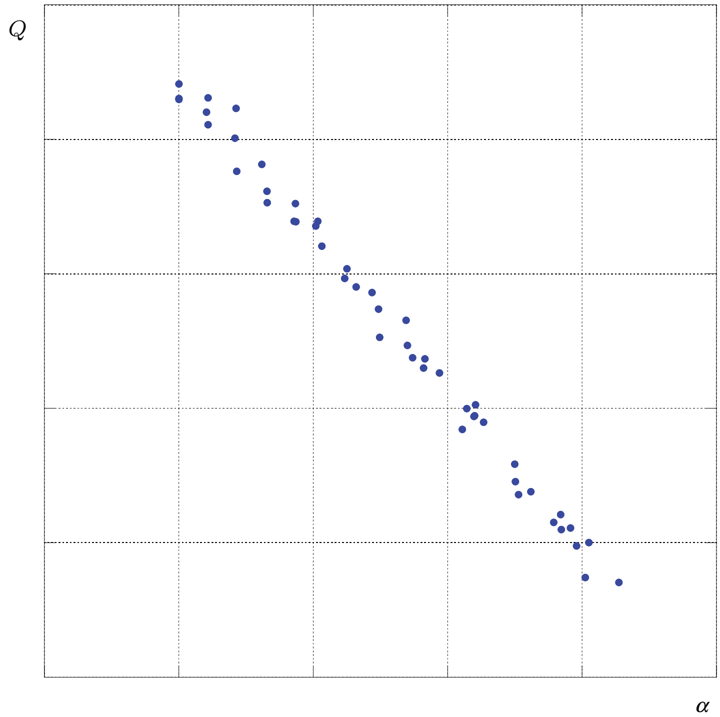

Figura 3.2: Correlação negativa

ou nula:

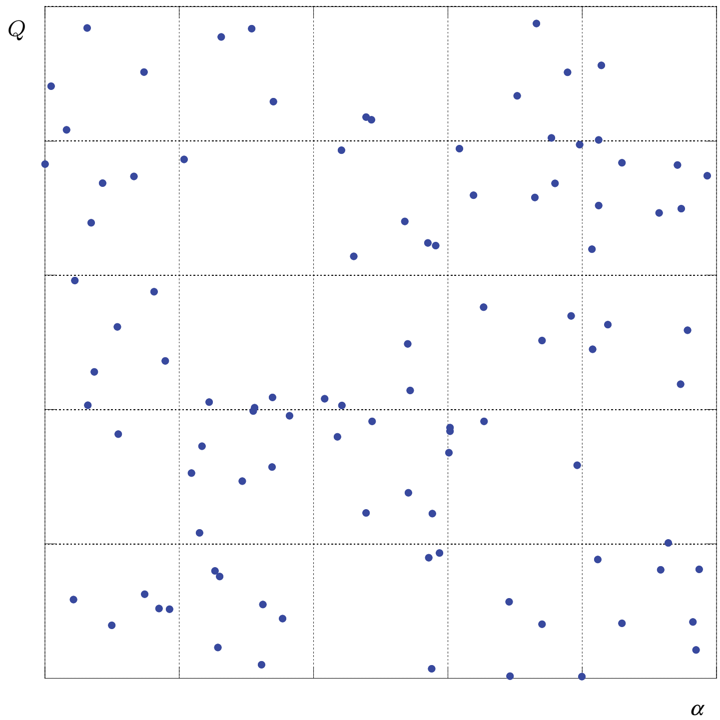

Figura 3.3: Correlação nula

Na prática é muito pouco provável que a variável dependente varie apenas com uma variável. Por exemplo, a vazão volúmica depende não só da abertura da torneira mas também da pressão p:

$$Q = f(\alpha, p)$$

Isto quer dizer que para estudar a variação do caudal Q com o ângulo α temos que manter a pressão

p constante. Só assim podemos ter alguma segurança que a variação observada em Q está associada unicamente a α. Neste caso diz-se que a variável p é *controlada*.

Em geral podemos então dizer que: na etapa de correlação, o método científico assenta no estudo da variação de uma grandeza y com a variação de outra grandeza x, mantendo todas as outras grandezas constantes. Nós controlamos a grandeza x e a natureza determina se (e como) a grandeza y irá variar.

Em linguagem matemática, y é uma função de x:

$$y = f(x) \tag{3.2}$$

Ou seja, y é designada por variável dependente (porque depende de x) e x é designada por variável independente (porque temos controlo total sobre ela).

Uma vez estabelecida uma correlação entre duas variáveis não podemos concluir que existe necessariamente uma relação de *causalidade* entre x e y.

Por exemplo, no verão o consumo de gelados aumenta e o número de acidentes de viação mortais também aumenta. Existe uma correlação positiva entre as duas grandezas (número de gelados consumidos e número de acidentes de viação mortais). No entanto não se pode concluir que o aumento de consumo de gelados é a causa dos acidentes de viação mortais nem que o aumento de acidentes de viação mortais é a causa do aumento de consumo de gelados.

A confusão entre estes dois conceitos tem originado muitas interpretações erróneas por exemplo na correlação de factores ambientais com a ocorrência de cancro nos seres vivos.

Existem algumas técnicas para estabelecer causalidade entre variáveis que serão abordadas mais tarde nesta unidade.

Para concluir podemos então dizer que uma relação de causalidade é condição suficiente mas não necessária para a existência de uma correlação.

3.2 Proporcionalidade directa

3.2.1 Variação relativa

Duas grandezas (x e y) dizem-se directamente proporcionais quando obedecem à seguinte equação:

$$y = a_1 x \tag{3.3}$$

em que a_1 é uma constante arbitrária.

Podemos demonstrar que quando tal acontece, a variação relativa de uma é sempre igual à variação relativa da outra:

$$\frac{y_f - y_i}{y_i} = \frac{a_1 x_f - a_1 x_i}{a_1 x_i} = \frac{x_f - x_i}{x_i}$$

Dito de outra forma, quando uma aumenta 10% a outra também aumenta 10%.

3.2.2 Comparação com a linearidade

Por vezes há confusão entre a proporcionalidade directa e a linearidade. Se duas grandezas (x e y) têm uma dependência linear estão de acordo com a seguinte equação:

$$y = a_1 x + a_0 \tag{3.4}$$

em que a_1 e a_0 são constantes arbitrárias.

Por comparação com a equação (3.3) podemos constatar que a proporcionalidade directa é um caso particular da linearidade. Ou seja, apesar de uma relação de proporcionalidade directa ser linear, uma relação linear não é necessariamente directamente proporcional.

De facto, numa relação linear a variação relativa de uma grandeza só será igual à variação relativa da outra se a_0 ser for nula.

3.3 Proporcionalidade inversa

Duas grandezas (x e y) dizem-se inversamente proporcionais quando obedecem à seguinte equação:

$$y = \frac{a_1}{x} \tag{3.5}$$

em que a_1 é uma constante arbitrária.

Podemos demonstrar que quando tal acontece, a variação relativa de uma é sempre igual à variação relativa do inverso da outra.

$$\frac{y_f - y_i}{y_i} = \frac{\frac{a_1}{x_f} - \frac{a_1}{x_i}}{\frac{a_1}{x_i}} = \frac{\frac{1}{x_f} - \frac{1}{x_i}}{\frac{1}{x_i}}$$

Dito de outra forma, quando uma aumenta 10% o inverso da outra também aumenta 10%.